SÉRIE A, N° 4210
N° D'ORDRE :
5061

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Claude ETIEVANT

PREMIÈRE THÈSE

Etudes d'interactions faisceau-plasma en la présence d'un champ magnétique

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 13 Décembre 1963 devant la Commission d'examen :

MM. YVON — Président

DELCROIX, HUBERT, TROCHERIS — Examinateurs

SÉRIE A, N° 4210
N° D'ORDRE :
5061

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Claude ETIEVANT

PREMIÈRE THÈSE

Etudes d'interactions faisceau-plasma en la présence d'un champ magnétique

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 13 Décembre 1963 devant la Commission d'examen :

MM. YVON — Président

DELCROIX
HUBERT
TROCHERIS
} Examinateurs

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

PROFESSEURS

Doyen ..... ZAMANSKY

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparée
GRASSE	T	Evolution des êtres organisés
PREVOST	T	Chimie organique
WYART	T	Minéralogie et Cristallogr.
TEISSIER	T	Zoologie
MANGENOT	T	Biologie végétale (Orsay)
P. AUGER	T	Physique quantique et relativité
MONNIER	T	Physiologie des Fonctions
PIVETEAU	T	Paléontologie
ROCARD	T	Physique (E.N.S.)
CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.)
LAFFITTE	T	Chimie Générale
FAVARD	T	Géométrie supérieure
COULOMB	T	Physique du Globe
Mlle COUSIN	T	Biologie
CHRETIEN	T	Chimie minérale
DRACH	T	Zoologie
KASTLER	T	Physique (E.N.S.)
EPHRUSSI	T	Génétique
RIVIERE	T	Géologie (Orsay)
GAUTHERET	T	Biologie (PCB)
R. LUCAS	T	Recherches Physiques
A. THOMAS	T	Biol. cellulaire
ARNULF	T	Optique appliquée
M. MORAND	T	Physique Enseignement
SOLEILLET	T	Physique (P.C.B.)
FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides
DANJON	T	Astronomie
PETIT	T	Biologie maritime
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique
GALLIEN	T	Embryologie
EICHHORN	T	Biologie végétale (P.C.B.)
DE CUGNAC	T	Biologie végétale (S.P.C.N.)
Mlle CAUCHOIS	T	Chimie Physique
THELLIER	T	Physique du Globe
L'HERITIER	T	Biologie Générale (Orsay)
GRIVET	T	Radioélectricité (Orsay)
PONCIN	T	Mécanique générale
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres
QUELET	T	Chimie organique
CAGNIARD	T	Géophysique appliquée
CHAMPETIER	T	Chimie macromolécul.
CUVILLIER	T	Micropaléontologie
JUNG	T	Pétrographie
TRILLAT	T	Microscopie et diffract. électronique
WIEMANN	T	Chimie organique et structurale
JACQUINOT	T	Spectroscopie (Orsay)
VASSY	T	Physique de l'atmosphère
DESTOUCHES	T	Théories physiques
AMIEL	T	Chimie des solides
HOCART	T	Minéralogie et Cristallogr.
J.P. MATHIEU	T	Recherches Physiques
COUTEAUX	T	Biol. animale (PCB)
MAY	T	Zoologie (Orsay)
CHOQUET	T	Théor. des fonctions et Topologie
FELDMANN	T	Biol. végétale (P.C.B.)
GUINIER	T	Physique des solides (Orsay)
JOST	T	Physiologie comparée
FORTET	T	Calcul des Probabilités
SCHWARTZ	T	Calc. diff. et Intégr.
CHOUARD	T	Physiologie végétale
MALAVARD	T	Aviation (Techn. Aéronaut.)
BRELOT	T	Calcul différentiel
NORMANT	T	Synthèse organique générale
BENARD	T	Chimie (E.N.S.C.P.)
BUVAT	T	Botanique (E.N.S.)
DUGUE	T	Statistiques mathém.
SOULAIRAC	T	Psychophysiologie
ULRICH	T	Physiologie végétale (E.N.S.)
MARECHAL	T	Optique théorique et appliquée
KIRRMANN	T	Théories chimiques
CHADEFAUD	T	Botanique
Mlle LE BRETON	T	Physiologie
LELONG	T	Mathématiques générales
DEVILLERS	T	Anatomie et Histol. comparées
EHRESMANN	T	Topologie algébrique
FRANÇON	T	Physique (S.P.C.N.)
GLANGEAUD	T	Géogr. physique et Géologie dynamique
GODEMENT	T	Mathématiques (M.P.C.)
PISOT	T	Calcul des Probabilités
ROCH	T	Géologie
SCHATZMANN	T	Astrophysique
TERMIER	T	Paléontologie stratigraphique
ZAMANSKY	T	Mathématiques générales
LENNUIER	T	Physique (P.C.B.)
RIZET	T	Génétique (Orsay)
ROUTHIER	T	Géologie appliquée
Mme TONNELAT	T	Relativité
DIXMIER	T	Mathématiques (MPC)
SOUCHAY	T	Chimie (P.C.B.)
AIGRAIN	T	Electrotechn. générale
BRUSSET		Chimie minérale
M. LEVY	T	Physique théorique des hautes énergies (Orsay)
Mme CHAIX	T	Chimie biologique
Mme HUREL-PY		Biol. vég. (P.C.B.)
PIAUX	T	Chimie (S.P.C.N.)
BRUN	T	Mécanique exper. des Fluides
LEDERER	T	Chimie biologique
Mme DUBREIL	T	Mathématiques (Agrég.)
Mme LELONG	T	Mathem. (E.N.S.)
BELLAIR	T	Géologie (S.P.C.N.)
COTTE	T	Physique (M.P.C.)
DUBOIS J.E.	T	Chimie (M.P.C.)
LAMOTTE	T	Zoologie (E.N.S.)
MICHEL André	T	Chimie Minérale (Orsay)
OLMER	T	Energétique G^{le}
ROUAULT	T	Physique
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée
BARCHEWITZ	T	Chimie Physique
BROSSEL	T	Physique atomique
BUSER		Biologie animale (P.C.B.)
CAMUS		Biologie végétale (P.C.B.)
CASTAING	T	Physique (Orsay)
CURIEN	T	Minéralogie et cristallographie
MOYSE	T	Physiol. Vég. (Orsay)
NOIROT		Evolution des êtres organisés
PANNETIER	T	Chimie (Orsay)
POSSOMPES	T	Biologie animale (P.C.B.)
PULLMANN		Chimie théorique
TEILLAC	T	Physique nucléaire et radioactivité
TONNELAT		Biol. physico-chimique
VILLE	T	Econométrie
WILLEMART		Chimie (P.C.B.)
DODE	T	Chimie (Orsay)
FREYMANN	T	Physique (S.P.C.N.)
GUINOCHET	T	Biol. Vég. (Orsay)
ROLLET	T	Chimie (P.C.B.)
Mlle JOSIEN	T	Chimie (P.C.B.)
CHEVALLEY	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes
ARNOULT	T	Electronique (Orsay)
CHAPELLE	T	Physique (Orsay)
DELANGE	T	Mathématiques (Orsay)
DENY	T	Mathématiques générales (Orsay)
GERMAIN	T	Mécanique théorique des fluides
LUCAS G.	T	Géologique
ALLARD	T	Chimie Physique
BERTHELOT	T	Physique fondamentale des Hautes Energies (Orsay)
BRICARD	T	Météorologie
Mme ALBE-FESSARD		Psychophysiol.
FRIEDEL		Physique des Solides (Orsay)
M. JULIA		Chimie Organ. Structurale
LENDER		Biol. Animale (S.P.C.N.) (Orsay)
MAGAT		Physico-chimie des Rayonnements
Mlle QUINTIN	T	Electrochimie
MONOD	T	Biochimie cellulaire
BENOIT	T	Physiologie animale (Orsay)
DE POSSEL	T	Analyse numérique
CHARLOT	T	Chimie analytique
LEMEE	T	Physiologie B.M.P.V. (Orsay)
GUERIN	T	Chimie (Orsay)
CHATELET M.		Chimie (P.C.B.)
JEAN		Physique (Orsay)
MATTLER	T	Physique (Orsay)
BERGERARD		Biol. Anim. (S.P.C.N.)(Orsay)
BERTEIN		Electronique (Orsay)
BOUISSIERES		Chimie des Radioéléments (Orsay)
Mme COUTURE		Thermodynamique et Mécanique Physique
ELLENBERGER		Géologie appliquée
FRANC		Biologie animale (P.C.B.)
SCHNELL		Botanique tropicale (Orsay)
STOLKOWSKI		Physiologie animale (P.C.B.)
ACHER		Chimie Biologique (Orsay)
BAUDOIN		Biologie
BEAUMONT		Biologie animale
BLAMONT		Géophysique Ionosphère
BOURREAU		Biologie Végétale S.P.C.N. (Orsay)
CURIE D.		Physique (M.G.P.)
DURAND-DELGA		Géologie
FREON		Chimie Organique (Orsay)
HELLER		Physiologie végétale
TORTRAT		Calcul des Probabilités
CAILLEUX		Géologie (S.P.C.N.)
MAGNAN	T	Physique (P.C.B.)
DAUDEL		Mécanique Ondulatoire appliquée à la chimie théorique et à la Physique Nucléaire
Mlle FOURCROY		Biologie Végétale (S.P.C.N.)
Mme CHOQUET-BRUHAT	T	Mécan. Analytique et méca. céleste.
Mlle VEIL		Physiologie Générale
LWOFF	T	Microbiologie
SIESTRUNCK	T	Mécanique physique et Expérimentale
LACOMBE	T	Métallurgie (Orsay)
BROCHARD	T	Physique P.C.B. (Orsay)
CABANNES	T	Mécanique générale
LESIEUR	T	Mathématiques M.P.C. (Orsay)
MAZET	T	Mécanique générale (Orsay)
CAIRE		Géographie phys. et Géolog. Dynamique
COMOLET	T	Mécanique des fluides
CORABOEUF		Physiologie animale Orsay
DELLOUE		Physique de l'exosphère
GORENFLOT		Botanique II (Orsay)
HOUILLON		Biologie animale PCB
JULLIEN J.		Chimie SPCN (Orsay)
MALGRANGE	T	Technique Math. de la Physique (Orsay)
OLIVIER		Antropologie
NOZERAN	T	Botanique II (Orsay)
BLANC-LAPIERRE	T	Physique ENS (Orsay)
CHEVAUGEON	T	Botanique (Orsay)
KAHANE	T	Mathématiques (Orsay)
SAMUEL	T	Mathémat. ENS féminines
KOURGANOFF	T	Astronomie (Orsay)
THIRY	T	Mécanique céleste
ABELES		Physique SPSCN
AMAT		Physique PCB
AUBOIN		Géologie
Mme BENOIT-GUEUTAL		Physique Nucl. et radioactivité
BOUGIS		Biologie marine (Villefranche/mer
BRUHAT	T	Mathématique MPC
BRUNN	T	Géologie historique (Orsay)
CHABBAL		Physique MGP (Orsay)
DEHEUVELS	T	Mathématique Propé (Orsay)
D'ESPAGNAT		Physique théorique (Orsay)
FURON		Géologie SPCN
Mme GANS	T	Génétique
GENEVES		Biologie végétale PCB
GUILBERT		Physique (CUS Orléans)
HUPE		Pétrographie
HOLLANDE	T	Biologie générale
LIONS	T	Analyse numérique
MAITTE		Chimie PCB
MEYER		Physique propédeutique
NICOLAS		Géologie appliquée
PANUGEL		Biologie générale
RAVIER		Pétrographie
ROSEAU	T	Mécanique théoriq. des Fluides
ROUBINE		Electronique
SILBER	T	Chimie P.C.B.
UEBERSFELD	T	Electronique
YVON	T	Théories Physiques.

Secrétaire général ..... R. POULLAIN

Ce travail a été effectué au Service de Recherches sur la Fusion contrôlée du Commissariat à l'Energie Atomique dans le cadre de l'Association EURATOM-CEA.

Je remercie très vivement : Monsieur le Professeur YVON qui en acceptant de diriger ma thèse et en autorisant la publication de ce travail , montra le grand intérêt qu'il y portait ; Monsieur le Professeur DELCROIX pour les discussions fructueuses dont il m'a fait bénéficier en cours de rédaction.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur TROCHERIS Chef des Services de Recherches sur les Plasmas et la Fusion Contrôlée pour l'appui théorique dont j'ai pu profiter et pour l'attention constante qu'il a portée à la progression de mon travail.

Mes remerciements vont tout particulièrement à Monsieur HUBERT Chef du Service de Recherches sur la Fusion Contrôlée qui a été tout au long de cette étude un guide dont j'ai hautement apprécié la compétence et la sollicitude. Je lui sais gré d'avoir mis à ma disposition tous les moyens nécessaires pour mener à bien cette étude.

Je tiens également à remercier : Monsieur PERULLI pour sa collaboration amicale et dynamique; Messieurs CLAIRET, PARISOT et TETE qui ont apporté un soin particulier à la réalisation des dispositifs expérimentaux ; Madame EMERY DUFOUG pour la qualité de la frappe du manuscrit; ainsi que tous ceux dont la contribution a été essentielle à ces travaux.

A mon père, A ma mère,

à Michèle.

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN -

TABLE DES MATIERES

Pages

RESUME 1

I - INTRODUCTION 5

II - ETUDE DE LA PROPAGATION DES ONDES DANS UN SYSTEME MULTI-FAISCEAUX 19

1 - Hypothèses 19

2 - Equation de propagation 22

3 - Expression du tenseur de conductivité (milieu infini)... 24

Remarques 27

4 - Equation de dispersion 28

5 - Discussion de l'équation de dispersion 30

Cas d'un faisceau seul sans plasma..... 30

Cas de p faisceaux..... 31

6 - Champ magnétique nul..... 33

Direction de propagation quelconque..... 33

Etude de la propagation parallèle 35

a - Cas du système faisceau plasma..... 38

b - Cas de deux faisceaux symétriques ... 42

Etude de la propagation transverse ($\theta = \pi/2$) ... 43

Cas d'un angle de propagation quelconque ($\theta \neq 0$. $\theta \neq \pi/2$)..... 45

7 - Champ magnétique non nul
Propagation parallèle 46
a - Ondes longitudinales : $L = R_{zz} = 0$ ... 46
b - Ondes transversales : $T = 0$ 47
Remarques 47
Application au système faisceau-plasma 48
Application à la collision de deux faisceaux d'électrons 53
Remarques 59

8 - Champ magnétique non nul
Propagation transverse ($\theta = \pi/2$) 66

9 - Champ magnétique non nul
Propagation oblique (ondes "quasi-électrostatiques") 69
Remarques 71
Application au cas d'un faisceau d'électrons 73
Condition de validité de l'approximation "quasi-électrostatique" dans le cas d'un faisceau 76
Ondes "quasi-électrostatiques" dans un système de deux faisceaux d'électrons.... 84
Evaluation du taux de croissance des instabilités dans un système de deux faisceaux 89

10 - Résumé des résultats du calcul en milieu infini 94
a - Collision de deux faisceaux d'électrons 94
b - Système faisceau-plasma 96

11 - Remarques sur les effets de parois 97
Etude des composantes du champ électromagnétique 98
Remarques 103
Stabilisation des grandes longueurs d'onde de l'interaction "plasma-plasma" 106
Cas du système faisceau-plasma 106
Cas de deux faisceaux opposés..... 107
Remarques sur les modes cyclotroniques..... 108

III - DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL ET DES METHODES DE DIAGNOSTIC..... 113

1 - Description du dispositif expérimental..... 113

Enceinte à vide 113
Champ magnétique 117
Canon à électrons..... 122

2 - Méthodes de diagnostic 126
Mesure des densités électroniques du plasma et des faisceaux 126
Analyse de la distribution de vitesses du faisceau 133
Mesure du spectre de fréquences 137

IV - ETUDE DE LA COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS 139

1 - Etude des fréquences excitées 140

2 - Faisceaux dans un guide cylindrique 146

3 - Mesure directe de la longueur d'onde (en l'absence de guide) 146

4 - Mesures indirectes de la longueur d'onde 167

5 - Etude du taux de croissance 173

6 - Discussion des résultats et conclusion 175
a - Valeurs limites du champ magnétique 176
b - Discussion des mesures de fréquence et de longueur d'onde 178

V - SYSTEME FAISCEAU-PLASMA 179

1 - Méthode de production du plasma 179
a - Période de neutralisation du faisceau 179
b - Phase d'accumulation du plasma 180

2 - Excitation d'oscillations au voisinage de ω_p dans le cas $\omega_{ce} \gg \omega_p$ 185
Interprétation de la zone de stabilité 188

3 - Excitation d'oscillations au voisinage de ω_{ce} 196

4 - Etude du spectre de vitesses du faisceau 204

5 - Conclusions 209

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550210_0022

RÉSUMÉ

Le travail présenté dans cet ouvrage porte sur l'étude expérimentale des instabilités haute fréquence se développant dans les deux situations suivantes :

a - Collision de deux faisceaux d'électrons de vitesses opposées, s'interpénétrant dans un champ magnétique uniforme.

b - Traversée d'un plasma par un faisceau d'électrons parallèlement aux lignes de force d'un champ magnétique uniforme.

L'intérêt des ondes excitées dans de tels systèmes est à la fois d'ordre fondamental et pratique. D'ordre fondamental, puisque ces mécanismes constituent une variante du problème de l'effet Cerenkov dans un plasma. (Dans le cas présent, les charges électriques forment un faisceau et sont donc uniformément distribuées dans le milieu diélectrique tandis que dans le cas de l'effet Cerenkov, ces charges sont localisées en un point de l'espace). Il est également d'ordre pratique, puisque malgré leur caractère assez idéalisé, les deux situations énoncées ci-dessus, se rencontrent dans un grand nombre d'expériences de recherche thermonucléaire (capture de faisceaux de particules, électrons emballés dans les décharges à forte intensité, etc...), ainsi que dans différents autres domaines (production d'hyperfréquences, radio-astronomie, etc...).

Le chapitre II de cet ouvrage, est une discussion théorique des mécanismes d'instabilité se développant dans le cas plus général d'un système "multi-faisceaux". Les résultats et les conclusions ne sont toutefois donnés que pour les deux situations étudiées expérimentalement.

Les calculs présentés dans ce chapitre reposent sur les hypothèses suivantes :

1 - Le milieu est infini et homogène,

2 - le milieu non perturbé est électriquement neutre,

3 - absence de collisions binaires,

4 - les faisceaux ne sont pas relativistes,

5 - la vitesse U_o de chaque faisceau est parallèle au champ magnétique,

6 - les faisceaux sont froids,

7 - les perturbations sont de petite amplitude, ce qui permet la linéarisation des équations.

Le calcul prend en considération l'effet de la propagation oblique, celle-ci joue un rôle très important, puisqu'elle permet de nouvelles ondes instables liées à la présence du champ magnétique. En suivant un formalisme classique, l'équation d'évolution du champ electrique $\vec{E_1}$ des ondes pouvant se propager dans ce système , est écrite sous la forme :

$$\vec{\vec{R}} \cdot \vec{E_1} = 0$$

$\vec{\vec{R}}$ étant un opérateur matriciel d'ordre 3.

On écrit la condition d'existence de solutions non nulles de cette équation, c'est-à-dire $|R| = 0$ et la discussion porte sur la recherche des ondes satisfaisant cette condition. Cette équation est algébrique, mais de degré généralement élevé en ω et K lorsque l'angle de propagation est quelconque. On montre en effet, que dans un système de p faisceaux, le degré en ω est $6 + 10\,p$ et le degré en K est $4 + 10\,p$. Fort heureusement, la discussion se simplifie dans certains cas particuliers intéressants :

a - Cas du champ magnétique nul $(B_o = 0)$. La plus forte instabilité est l'instabilité double-faisceau classique ("plasma-plasma"); son taux de croissance est donné, dans le cas d'un faisceau de densité faible en comparaison de celle du plasma et dans le cas de densités égales.

b - Lorsque $B_o \neq 0$, on envisage tout d'abord le cas de la propagation parallèle $(\theta = 0)$: des ondes hydromagnétiques instables existent au voisinage de $\omega = 0$ et de $\omega = \omega_{ci}$. Dans le cas de deux faisceaux d'électrons opposés, on discute la possibilité de produire des ondes stationnaires de ce type. Toutefois, le calcul du taux de croissance des instabilités hydromagnétiques, montre que celui-ci n'est appréciable que lorsque la densité d'énergie dirigée devient de l'ordre de la densité d'énergie magnétique, ce qui ne sera jamais réalisé dans nos expériences.

Les cas de la propagation transverse $(\theta = \pi/2)$ et de la propagation oblique (θ quelconque) sont également discutés. Dans ce dernier cas, il a été nécessaire d'utiliser l'approximation quasi-électrostatique, dont la validité se ramène à trois conditions :

- faisceaux non relativistes $(U_o \ll c)$,

- densité d'énergie dirigée faible $(\beta_{/\!/} \ll 1)$,

- ondes lentes $(\frac{\omega}{K} \ll c)$.

On montre que dans un système de deux faisceaux, il existe en général quatre mécanismes d'interaction différents appelés dans cet ouvrage : interactions "plasma-plasma", "plasma-cyclotron", "cyclotron-plasma" et "cyclotron-cyclotron". Le premier possède un taux de croissance maximum pour $\theta = 0$, les deux seconds pour un angle θ environ égal à 55 ° et le quatrième pour $\theta \neq 90°$. Les expressions des taux de croissance montrent que dans les deux cas extrêmes $\omega_p \gg \omega_{ce}$ et $\omega_p \ll \omega_{ce}$, l'instabilité "plasma-"plasma" est la seule importante. Les trois autres mécanismes se manifestent lorsque les fréquences propres sont suffisamment voisines de la fréquence cyclotronique des électrons.

Quelques remarques sur les effets de parois sont ensuite données. On montre notamment, que ceux-ci sont capables de stabiliser complètement certaines interactions lorsque la longueur d'onde devient très supérieure au rayon du système $(Ka \ll 1)$.

Au chapitre III sont données les descriptions du dispositif expérimental et des méthodes de diagnostic (mesure de la densité électronique du plasma et des faisceaux d'électrons, de la distribution de vitesses du faisceau, du spectre de fréquences d'oscillation, des longueurs d'onde).

L'étude de la collision de deux faisceaux d'électrons fait l'objet du chapitre IV. Dans cette situation particulièrement idéalisée, une onde cyclotronique instable de grande amplitude, a été observée à une fréquence voisine de $\omega_{ce}/2$. Ce mécanisme a pu être observé dans un domaine de champ magnétique s'étendant de 50 Gauss à plus de 400 Gauss. La limite inférieure du champ magnétique est liée à la focalisation des faisceaux. La limite supérieure fait l'objet d'une discussion.

Les ondes cyclotroniques observées ont donné lieu, pour des raisons de symétrie à des systèmes d'ondes stationnaires particulièrement intéressants. La longueur d'onde d'interaction a été mesurée en déplaçant une sonde le long des faisceaux. De nombreux enregistrements de ces systèmes d'ondes stationnaires ont été effectués en prenant différentes valeurs du champ magnétique et de la vitesse des faisceaux. Quelques-uns de ces enregistrements sont donnés à titre d'exemple. Les mesures de longueur d'onde permettent d'établir que la vitesse de phase des ondes excitées est sensiblement égale à la vitesse des faisceaux. En faisant varier la fréquence à l'aide du champ magnétique, il a été ainsi possible de tracer des cour-

bes de dispersion de l'onde "plasma" lente des faisceaux. Un accord satisfaisant existe entre ce mécanisme et l'interaction "plasma-cyclotron" prévue par la théorie.

Le chapitre V est consacré à l'étude des instabilités se développant dans un système faisceau-plasma en la présence d'un champ magnétique. Les expériences montrent que dans un champ magnétique très fort ($\omega_p \ll \omega_{ce}$), les instabilités "plasma-cyclotron", "cyclotron-plasma" et "cyclotron-cyclotron" ne se développent pas, ce qui est en accord avec la théorie, puisque dans les expressions du taux de croissance de ces instabilités apparaissent les facteurs ω_p / ω_{ce} ou $\sqrt{\omega_p / \omega_{ce}}$. La seule instabilité observée dans le cas d'un champ magnétique très fort, est l'interaction "plasma-plasma". Cette interaction disparaît toutefois lorsque la densité du plasma devient inférieure à une certaine densité critique. Le système faisceau-plasma est alors complètement stable. Cette observation est en accord avec le critère de stabilité lié aux effets de la géométrie finie, mentionné plus haut.

En rapprochant de l'unité la valeur du rapport ω_p / ω_{ce} et en faisant ainsi croître le taux de croissance des instabilités cyclotroniques, il a été possible de faire apparaître une oscillation de fréquence comprise entre ω_{ce} et $\sqrt{\omega_{ce}^2 + \omega_p^2}$. L'amplitude de cette onde croît rapidement avec la valeur du rapport ω_p / ω_{ce}. Des courbes de dispersion expérimentales du mode "cyclotron" du plasma, ont pu être tracées en faisant varier la longueur d'onde par action sur la valeur de la vitesse du faisceau. Les courbes de dispersion ainsi obtenues confirment la propriété de propagation inverse de ce mode cyclotronique, appelé pour cette raison par Trivelpiece et Gould "mode cyclotronique inverse".

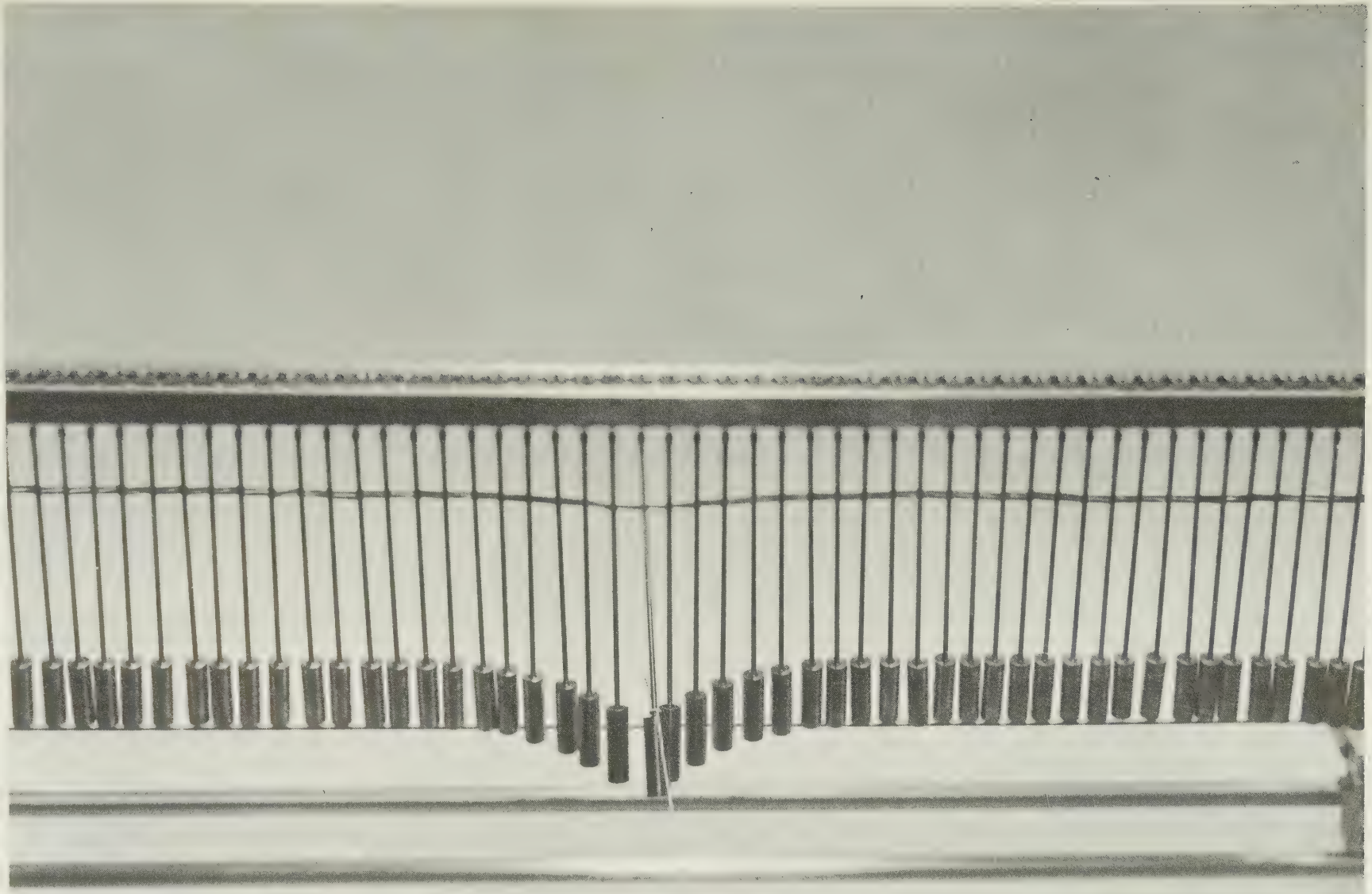


FIG.1 :Distance de Debye

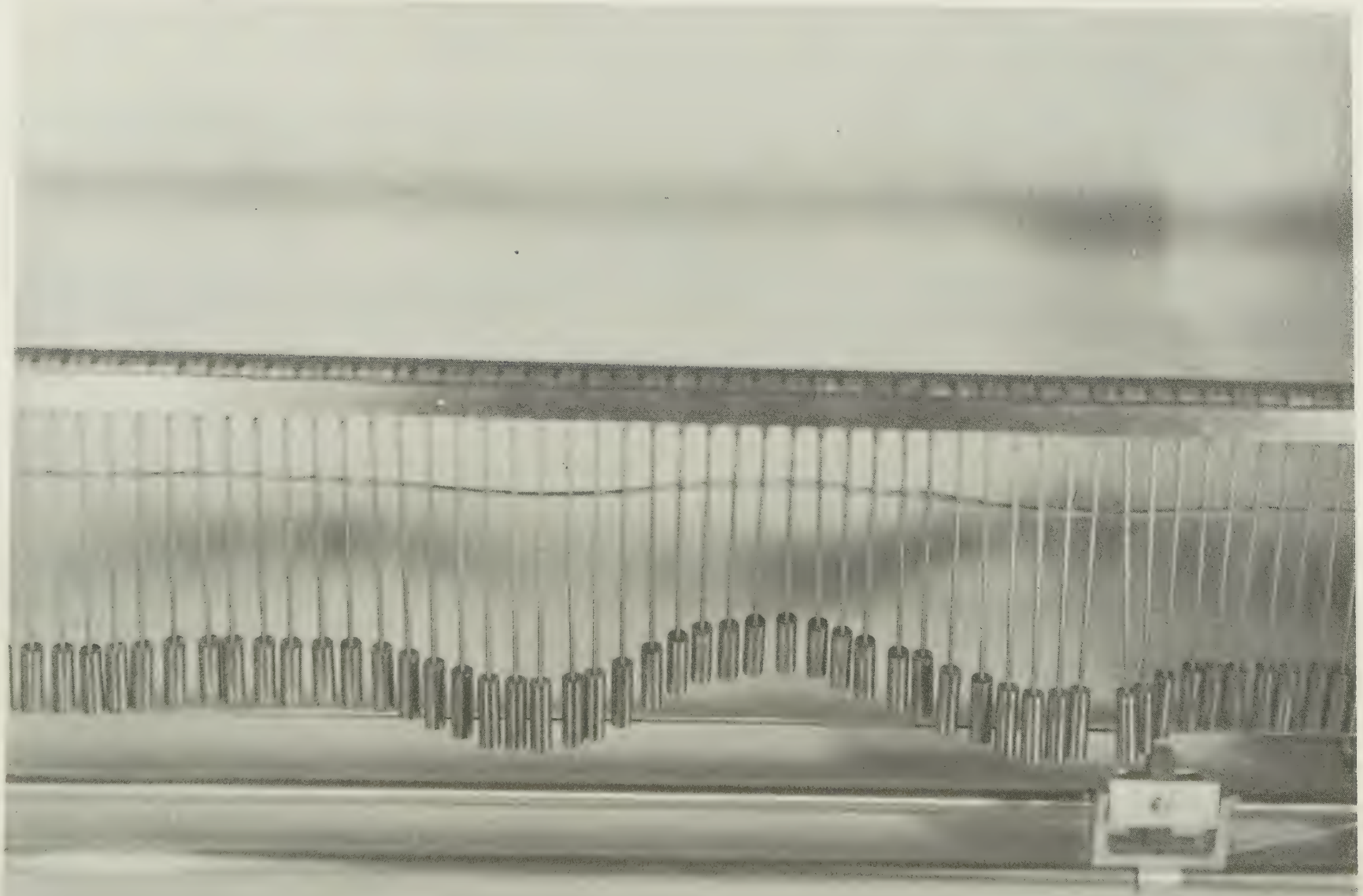


FIG.2 : Sillage d'une particule rapide

CHAPITRE I

INTRODUCTION

Les procédés imaginés jusqu'à ce jour pour former ou chauffer un plasma, ont trop souvent conduit à l'édification d'assemblées de particules possédant des distributions de vitesses fortement anisotropes et, par conséquent, éloignées d'un état d'équilibre. Aussi des mécanismes d'instabilité apparemment liés à ces anisotropies furent, en général observés, se traduisant par des fuites "anormales" de particules ou par l'excitation au sein du plasma d'oscillations dont le spectre était, en général très complexe et d'interprétation difficile.

A titre d'exemple citons quelques cas où de telles observations ont été faites :

a - Dans les décharges annulaires à forte intensité du type "striction classique" et, en particulier, dans les expériences effectuées à Fontenay entre 1957 et 1959 dans un tore en quartz, puis dans TA 2000, des électrons d'énergie très élevée (quelques dizaines et même quelques centaines de keV) donc très supérieure à l'énergie thermique des électrons du plasma (quelques dizaines d'eV), apparaissaient pendant la prédécharge ou à l'amorçage de la décharge principale. Les expériences montrèrent qu'il s'agissait d'électrons accélérés pendant de nombreuses révolutions par le champ électrique appliqué à la décharge annulaire, suivant un mécanisme identique à celui d'un bétatron [11]. L'existence

de ces électrons "emballés" était accompagnée d'une forte émission électromagnétique du plasma dans le domaine des microondes et d'une émission sporadique de rayons X pénétrants dûs au bombardement des parois par ces particules.

b - Assez voisines sont les observations sur les électrons "emballés" des Stellarators, effectuées par Chen et Kranz [12] et plus récemment par Stodiek et Grove [13]. Ces auteurs réussirent sous certaines conditions à former des décharges dont le courant était presque entièrement transporté par des électrons "emballés" de 200 keV environ. Ils montrèrent qu'après suppression du champ électrique qui lui avait donné naissance, ce courant d'électrons rapides ne décroissait pas de façon continue, mais plutôt par "sauts" abrupts séparés par des paliers relativement longs. A certains de ces "sauts" était enregistrée une forte émission électromagnétique (raie H_β et raie cyclotronique des électrons), témoignant que ce "saut" correspondait à une absorption dans le plasma d'une fraction notable d'électrons "emballés", suivant un processus qui restait à déterminer. Certains autres "sauts" n'étaient accompagnés que d'une émission importante de rayons X, prouvant que cette fois-ci, des électrons "emballés" avaient été chassés pour une raison également inconnue vers les parois de la chambre.

c - Il apparaît donc que les anisotropies de vitesse des particules dans un plasma, sont souvent à l'origine de mécanismes oscillatoires instables. C'est aussi ce que montrent les expériences effectuées sur les machines à injection à haute énergie (D.C.X. ou O.G.R.A.) dans lesquelles la technique de capture exige une forte anisotropie transversale. Ainsi sur O.G.R.A., Koutcheriaev et Panov [9], rendent compte d'une instabilité cyclotronique capable d'entraîner des fuites importantes d'é-

lectrons responsables, d'après ces auteurs d'une élévation positive "anormalement" élevée du potentiel du plasma (quelques dizaines de kV). Sur D.C.X 1, Barnett et Dunlap ont également détecté ces oscillations de grande amplitude à la fréquence cyclotronique des ions et à ses harmoniques.

Rappelons également que, dans un autre domaine, celui de la radio-astronomie, de tels mécanismes jouent un rôle important. Des émissions sporadiques d'ondes électromagnétiques, souvent fortement polarisées, d'une intensité dépassant plusieurs milliers de fois l'émission thermique normale, nous parviennent du soleil dans les longueurs d'ondes décimétriques et métriques au moment des "orages" ou des "grands sursauts" solaires. Ces émissions semblent liées tantôt au rayonnement cyclotronique d'électrons relativistes, tantôt à des oscillations du plasma de la couronne solaire engendrées par des jets de particules éjectées du soleil pendant les éruptions.

Ces mécanismes oscillatoires habituellement désignés sous le nom de "micro-instabilités" inspirèrent surtout durant la dernière décade de très nombreuses études théoriques souvent très complexes, pour lesquelles des conclusions simples ne pouvaient être dégagées que sur des modèles très idéalisés tels que des systèmes de faisceaux [28] [34] [36] ou encore des distributions de vitesses de la forme $\frac{1}{v_\perp}\delta(v_\perp - v_0)$ (instabilité de Harris). Malheureusement les dispositifs mentionnés ci-dessus n'avaient pas été bâtis pour de telles études, le contrôle des distributions de vitesses y était en général, peu aisé et la forme géométrique n'était pas toujours suffisamment simple pour permettre un rapprochement satisfaisant des résultats avec des modèles théoriques disponibles.

Le désir de réaliser dans des conditions suffisamment claires, une expérience sur les mécanismes de micro-instabilité, nous conduisit donc

en 1959 à porter notre attention sur des situations simples telles que celles que l'on peut rencontrer dans un système faisceau-plasma ou dans la collision de deux faisceaux opposés. Nous présenterons au chapitre II une discussion des mécanismes d'instabilité pouvant apparaître dans de tels systèmes.

Il est intéressant, avant d'aborder cette étude de rappeler la parenté qui existe entre le rayonnement d'une particule chargée se déplaçant à grande vitesse dans un diélectrique (Effets Cerenkov et Doppler "anormal") et les mécanismes d'instabilité d'un système faisceau-plasma. Cette parenté a été évoquée par de nombreux auteurs, notamment les physiciens russes Tamm [1], Fainberg [56], Stepanov et Kitzenko [22].

Considérons, pour commencer, le cas d'une particule chargée rapide traversant un plasma en l'absence de champ magnétique. Les pertes d'énergie de cette particule peuvent se décomposer en deux parties, l'une correspond aux pertes liées aux collisions "proches", c'est-à-dire ne mettant en jeu que les particules dont la distance à la particule en mouvement est inférieure à la distance de Debye, l'autre partie est celle à laquelle nous nous intéressons maintenant; elle correspond aux pertes "cohérentes" avec les particules éloignées, dont le comportement peut être traité macroscopiquement en considérant le plasma comme un milieu diélectrique continu. Si la particule est suffisamment rapide et le milieu suffisamment peu dense, les collisions coulombiennes deviennent rares et les pertes "cohérentes" peuvent être prépondérantes.

Puisque nous considérons un plasma sans champ magnétique, les ondes électromagnétiques se propagent dans ce milieu à une vitesse supérieure à la vitesse de la lumière et notre particule rapide, dont la vitesse

est nécessairement inférieure à c, ne peut exciter d'ondes électromagnétiques par effet Cerenkov. Il n'en est pas de même pour les ondes électrostatiques dont la vitesse de phase est en général assez faible comparativement à c. L'équation de dispersion de ces ondes est en effet de la forme :

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \gamma V_T^2 K^2 \qquad (1)$$

ω_p : fréquence propre du plasma ; V_T : vitesse thermique des électrons du plasma; K : constante de propagation : $K = \frac{2\pi}{\lambda}$; γ : constante adiabatique.

La vitesse de phase de ces ondes s'écrit :

$$V_\varphi = \sqrt{\gamma V_T^2 + \frac{\omega_p^2}{K^2}}$$

Pour que la particule rapide puisse exciter par effet Cerenkov, un "sillage électrostatique", il suffit que sa vitesse U_o soit supérieure à la plus faible valeur possible de V_φ, c'est-à-dire :

$$U_o > V_T\sqrt{\gamma} \quad .$$

Les figures 1 et 2 représentent un modèle mécanique destiné à illustrer ce qui précède. Le plasma est représenté par une rangée de pendules de fréquence propre ω_p, couplés entre eux par une ligne élastique. En l'absence de cette ligne élastique, le milieu oscille à la fréquence $\omega^2 = \omega_p^2$, la vitesse de groupe est nulle et la vitesse de phase est indéterminée, le milieu se présente donc comme un plasma froid. Lorsque les pendules sont couplés élastiquement, un nouveau terme de rappel : $+\alpha^2 K^2$ apparaît dans l'équation de dispersion, laquelle s'écrit :

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \alpha^2 K^2 \qquad (1')$$

Les ondes mécaniques se propageant dans ce milieu ont donc la même équation de dispersion que les ondes électrostatiques dans un plasma (1) et la courbe de dispersion est représentée figure 3 . La figure 1 représente la déformation obtenue dans une perturbation statique ($\omega = 0$) ou se propageant très lentement. L'amplitude décroît exponentiellement de chaque côté de la perturbation avec une longueur de décroissance $L_D = \frac{\alpha}{\omega_p}$ donnant ainsi une image de la sphère de polarisation du plasma autour d'une particule chargée dont le rayon d'action est, on le sait, la distance de Debye : $\lambda_D = \frac{V_T}{\omega_p}\sqrt{\gamma}$. Le couplage élastique entre les pendules est donc analogue à celui qui est réalisé entre les différentes tranches d'un plasma par la vitesse thermique des particules. Une forte tension de l'élastique correspondrait donc à un plasma très chaud, une faible tension, à un plasma très froid. La figure 2 représente le comportement du modèle lorsqu' une "particule" de vitesse supérieure à la vitesse critique $U_o = \alpha$, se déplace dans le milieu. La "particule" est ici un petit aimant couplé magnétiquement à la rangée de pendules.

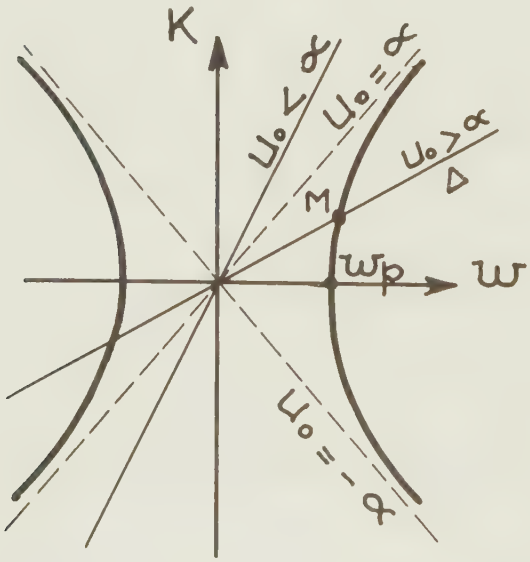


Figure 3.

Dans un milieu à deux ou à trois dimensions, l'onde excitée se propagerait dans une direction θ définie par la relation :

$$\cos\theta = \frac{v_\varphi}{U_o} .$$

Ici, le milieu est à une dimension et ne permet la propagation de l'onde que suivant $\theta = 0$, ce qui impose

$$v_\varphi = U_o$$

En d'autres termes, la longueur d'onde et la fréquence d'interaction s'obtiennent en coupant la courbe de dispersion (fig. 3) par la droite $\frac{\omega}{K} = U_o$. Lorsque $U_o > \alpha$, un point d'interaction M est ainsi défini, lorsque $U_o < \alpha$ il n'y a pas d'onde excitée. La photographie (Fig. 2) a été prise dans le cas $(U_o > \alpha)$ et l'on voit nettement l'onde excitée dans le milieu, derrière la "particule".

Sur un modèle de ce genre, ou dans un plasma, l'effet "Doppler anormal" devient possible lorsque nous considérons, au lieu d'une particule simple, un petit oscillateur (aimant monté sur un pivot, ou particule chargée dans un champ magnétique). Le raisonnement suivant emprunté à Tamm [1] montre, d'une façon simple et générale, le comportement d'un tel système. La conservation de l'énergie implique que l'énergie ε rayonnée dans le milieu et l'énergie interne ΔE acquise par l'oscillateur soit prise sur l'énergie T de translation de l'oscillateur :

$$\varepsilon + \Delta E + \Delta T = 0 \qquad (2)$$

D'autre part, puisque l'onde rayonnée se propage avec la vitesse V_φ dans le milieu dans la direction $\vec{n}$, la conservation de la quantité de mouvement s'écrit*:

$$\frac{\varepsilon}{V_\varphi} \vec{n} + \overrightarrow{\Delta P} = 0 \qquad (3)$$

$\vec{P}$: quantité de mouvement du petit oscillateur. Si $\overrightarrow{\Delta P}$ est petit devant $\vec{P}$ nous avons

$$\vec{U_o} \cdot \overrightarrow{\Delta P} = \Delta T$$

d'où, en combinant (2) et (3) :

---

* Lorsque la vitesse de groupe est différente de la vitesse de phase, c'est la vitesse de groupe qui intervient dans l'expression de la quantité de mouvement.

$$\Delta E = -\varepsilon \left[1 - \frac{U_o \cos\theta}{V_\varphi} \right] \qquad (4)$$

θ : angle de $\vec{n}$ et de $\vec{U_o}$.

Si le mobile ne possède pas de degré de liberté interne , $\Delta E = 0$ et nous retrouvons bien la relation habituelle de l'effet Cerenkov :

$$V_\varphi = U_o \cos\theta \quad .$$

Si le mobile possède des degrés de liberté internes comme dans le cas d'un oscillateur, nous voyons qu'il peut gagner de l'énergie interne en rayonnant, cela lorsque $U_o \cos\theta > V_\varphi$, puisque la quantité entre crochets dans (4) devient négative.

Dans le modèle mécanique décrit plus haut, l'angle de propagation est nécessairement $\theta = 0$, et la condition d'excitation d'une onde par effet "Doppler anormal" se réduit à $U_o > V_\varphi$. Cet effet est nettement visible, le petit aimant monté sur un pivot se met spontanément à osciller lorsque l'on tire l'équipage à une vitesse suffisante pour qu'une onde soit excitée dans le milieu.

La condition d'excitation de rayonnement Cerenkov ou Doppler anormal : $U_o \cos\theta > V_\varphi$, montre que dans un milieu dispersif, tel qu'un plasma, ce seront les ondes lentes ($V_\varphi < c$) qui permettront de satisfaire cette condition, car la vitesse de la particule rayonnante sera toujours inférieure à celle de la lumière ($U_o < c$). L'énergie rayonnée par effet Cerenkov ou Doppler anormal a été évaluée par différents auteurs [8], [5] ; elle conduit, lorsqu'il s'agit de particules individuelles à des quantités trop faibles pour être mesurées simplement, par contre, lorsque l'on

considère un "paquet" de particules ou un faisceau modulé, la cohérence des ondes excitées permet d'obtenir un rayonnement appréciable et cela nous amène au problème que nous nous étions initialement posé, celui des interactions d'une assemblée de particules rapides avec un plasma. Si les particules forment un "paquet" de faibles dimensions en comparaison des longueurs d'onde excitées, le traitement du problème sera identique à celui des effets "Cerenkov" et "Doppler-anormal" pour une particule individuelle; si, au contraire, les particules en mouvement constituent un milieu uniformément distribué dans l'espace, c'est-à-dire un faisceau, elles ne doivent plus être traitées comme une charge ponctuelle, mais comme un fluide au même titre que le plasma dans lequel elles se meuvent. Ce traitement sera présenté au chapitre II, au cours duquel nous chercherons à faire apparaître les valeurs des fréquences spontanément excitées dans un milieu "multi-faisceaux".

Les travaux consacrés aux interactions faisceau-plasma commencèrent il y a fort longtemps, puisque c'est en 1925 que fut observé le paradoxe de Langmuir [66], c'est-à-dire cette thermalisation "anormale" d'électrons rapides à proximité de la cathode d'un tube à décharge. Mais le problème resta en veilleuse jusqu'en 1948 lorsque Pierce essayant d'expliquer le bruit apparaissant dans les tubes électroniques à faisceau d'électrons montra théoriquement qu'un faisceau d'électrons pouvait devenir instable en présence d'ions [30]. Peu de temps après, Bohm et Gross [28] développèrent la théorie de ce type d'interaction. Ils montrèrent notamment que dans un plasma en équilibre thermique, les ondes électrostatiques de charge d'espace sont amorties, mais que lorsqu'un faisceau d'électrons traverse ce plasma, les ondes électrostatiques voyageant avec une vitesse légèrement inférieure à celle du faisceau deviennent instables. Akhiezer et Fainberg parvinrent aux mêmes conclusions en 1951. C'est au développement des tubes hyperfréquence à faisceaux d'électrons que nous

devons la somme considérable de travaux qui furent effectués vers cette époque et depuis sur ce mécanisme. Les effets de la température, des collisions, de la géométrie finie furent étudiés ainsi que leur répercussion sur la valeur du taux de croissance de l'instabilité. En l'absence de champ magnétique, ces calculs purent être menés à bien et conduire à des expressions analytiques simples des fréquences instables, du taux de croissance ou du gain.

D'intéressantes vérifications expérimentales portant sur des systèmes faisceau-plasma sans champ magnétique, furent alors entreprises; Parmi les plus marquantes, notons l'expérience de Boyd, Field, Gould [64] en 1958, qui mit en évidence les propriétés d'amplification d'un système faisceau-plasma au voisinage de la fréquence propre du plasma, celles de Demirkhanov, Gevorkov et Popov en 1959 [65], de Karchenko, Nikolaev, Lutzenko en 1959 [72] qui montrèrent le développement spontané de cette instabilité, sans autre modulation initiale du faisceau que celle due aux fluctuations du plasma. Des ralentissements importants du faisceau, de l'ordre de 100 eV/cm furent également observés par Karchenko et ses collaborateurs dans la même expérience, alors que la valeur de la densité de particules ne laissait prévoir qu'un ralentissement de 10^{-6} eV/cm par l'effet des collisions binaires. Mentionnons également les expériences effectuées par Kofoïd en 1960 [69] dans lesquelles cet auteur réussit à se placer dans des conditions telles que les mécanismes d'amortissement ("Landau", collisions, diffusion transversale) pouvaient enrayer ou non le développement des instabilités. Le taux d'amortissement a ainsi été mesuré.

Dans les expériences mentionnées ci-dessus, le mécanisme d'interaction était essentiellement l'interaction "électrostatique" ou "plas-

ma-plasma prévue par Bohm et Gross, et dès 1959, un certain accord avec la théorie avait été obtenu, en ce qui concerne les fréquences excitées, les coefficients d'amplification, les valeurs des longueurs d'onde et des taux d'amortissement, ceci bien entendu en l'absence de champ magnétique.

Il en était tout autrement de la situation avec champ magnétique qui présentait par ailleurs un intérêt primordial pour les recherches sur le confinement de plasmas chauds. La compréhension était loin d'être totale à cette époque tant sur le plan théorique que sur le plan expérimental. La présence d'un champ magnétique venait, en effet, enrichir chaque faisceau du système, de nouveaux modes oscillatoires associés au mouvement de giration des particules et permettre ainsi une grande variété de couplages entre ces ondes, entraînant des instabilités. Pour donner une idée de la complexité d'un système à deux faisceaux en la présence d'un champ magnétique, il suffit de mentionner que l'équation de dispersion* est une équation algébrique du 24ème degré en K et du 26ème degré en ω, alors qu'en l'absence de champ magnétique, elle se décompose en un produit de deux facteurs, le moins simple étant du 10ème degré en K et du 10ème degré en ω. Aussi les discussions portant sur de tels systèmes n'étaient en général que fragmentaires et ne pouvaient être poursuivies jusqu'au bout qu'à l'aide d'hypothèses simplificatrices restreignant la généralité des résultats (propagation parallèle, hypothèse quasi-statique, etc...)

Face à la difficulté du problème théorique que pose la discussion des ondes dans un système faisceau-plasma en présence de champ magnétique, l'expérience devait jouer un rôle important pour faciliter notre compréhension du problème. Les premiers résultats d'expériences ne furent publiés que relativement récemment : Karchenko en 1961 [75], Kino en 1961 [83], Getty en 1963 [80]. L'un des faits nouveaux apportés par la présence du champ magnétique, est l'observation dans ces expériences,

---

* Avec les hypothèses simplificatrices du milieu infini et de la température nulle. (cf. démonstration au chapitre II).

d'ondes instables se développant dans une plage de fréquences comprises entre la fréquence cyclotronique des électrons ω_{ce} et la fréquence hybride électronique $\sqrt{\omega_p^2 + \omega_{ce}^2}$. Ces observations sont en accord avec les prévisions théoriques dans le cadre de l'approximation "quasi-statique" (ou quasi électrostatique). (cf. Chapitre II), venant ainsi à l'appui d'une hypothèse qui s'était déjà montrée féconde dans le domaine des tubes hyperfréquence à faisceaux d'électrons. Un aspect intéressant de ces expériences, aurait pu être d'établir les courbes de dispersion des nouveaux modes d'oscillation introduits par la présence du champ magnétique, notamment des ondes "cyclotroniques" prévues par la théorie. Ceci aurait nécessité une mesure précise des fréquences d'interaction, des longueurs d'onde, ainsi que des principaux paramètres du faisceau-plasma (intensité du champ magnétique, densité électronique, etc...). Malheureusement cette précision de mesure n'est pas toujours facile, et dans ces expériences, une grosse incertitude est associée à la valeur des paramètres : le champ magnétique est souvent très inhomogène, la valeur de la densité électronique est mal connue, quelquefois elle n'est même pas mesurée, de telle sorte que l'accord théorie-expérience est tout juste d'ordre qualitatif.

Il nous a donc semblé souhaitable au cours de nos expériences de porter notre effort sur la mesure simultanée des paramètres caractérisant le milieu : champ magnétique, densité électronique, intensité du faisceau, distribution de vitesses du faisceau ainsi que celles des grandeurs caractérisant l'onde : fréquence d'interaction, taux de croissance, longueur d'onde (lorsque cela était possible).

Ceci nous amène à définir le but du présent travail : nous nous sommes proposés de réaliser une expérience aussi proche que possible des schémas de systèmes double faisceau discutés au chapitre II. Nous

nous sommes attachés spécialement à l'étude des ondes instables associées à la présence du champ magnétique, et nous avons essayé dans la mesure du possible de préciser les principales propriétés de ces ondes (fréquences, éventuellement longueurs d'onde et taux de croissance). Nous nous sommes limités à l'étude des "instabilités", c'est-à-dire des oscillations se développant spontanément dans le système; en particulier, nous n'avons pas considéré dans cette étude l'aspect "amplification", de signaux injectés à une fréquence imposée.

CHAPITRE II

ÉTUDE DE LA PROPAGATION DES ONDES DANS UN SYSTÈME «MULTI-FAISCEAUX»

1 - Hypothèses.

Nous désignons par système "multi-faisceaux" un milieu constitué d'un nombre fini de classes de particules, chaque classe étant caractérisée par une masse m, une charge e et par une vitesse $\overrightarrow{U_o}$ en l'absence de perturbation. Ainsi, un plasma froid constitué d'électrons et d'un seul type d'ions est un système double-faisceau dont les vitesses d'entraînement dans le système du laboratoire sont nulles. Mais les propriétés intéressantes des systèmes multi-faisceaux apparaissent lorsque deux classes de particules (ou plus) possèdent des vitesses d'entraînement différentes. C'est alors que deviennent possibles des mécanismes d'excitation ou d'amplification d'ondes. Dans les chapitres qui suivent, nous décrirons les études expérimentales effectuées sur deux systèmes multi-faisceaux :

a - deux faisceaux d'électrons de vitesses opposées s'interpénétrant dans un champ magnétique;

b - un faisceau d'électrons traversant un plasma statique parallèlement aux lignes de force du champ magnétique.

Nous ferons les hypothèses suivantes :

1° - Milieu infini et homogène : L'hypothèse du milieu infini sera justifiée si :

a - les dimensions de l'expérience sont nettement plus grandes que les longueurs d'onde :

$$L \gg \lambda$$

b - la distance parcourue par chaque faisceau pendant le temps de croissance des instabilités n'est pas trop grande par rapport aux dimensions du milieu (ou tout au moins à sa longueur),

c - le champ magnétique B_o peut être considéré comme uniforme dans le domaine d'observation, ce qui n'est possible que si la densité du courant transporté par les faisceaux est suffisamment faible. Chaque faisceau doit vérifier une condition du type :

$$\frac{U_o}{c^2 K} \frac{\omega_{pf}^2}{\omega_c} \ll 1$$

(U_o : vitesse du faisceau ; ω_{pf} , ω_c : fréquence propre et fréquence cyclotron ; c : vitesse de la lumière ; K : constante de propagation $K = \frac{2\pi}{\lambda}$) .

Cette condition s'écrit sous la forme équivalente :

$$\beta_{//} \ll \frac{K U_o}{\omega_c}$$

en introduisant le paramètre $\beta_{//} = \frac{U_o^2}{C^2} \frac{\omega_{pf}^2}{\omega_c^2}$, qui représente le rapport de la densité d'énergie cinétique du faisceau à la densité d'énergie du champ magnétique B_o . Pour des faisceaux habituels $\beta_{//}$ est très inférieur à l'unité de telle sorte que l'hypothèse n'est pas très restrictive.

2° - Nous supposerons que le milieu non perturbé est électriquement neutre, ce qui se traduit par la condition :

$$\sum \frac{\omega_p^2}{\omega_c} = 0$$

(Σ désignant une sommation sur les différentes espèces de particules).

3° - Absence de collisions : ceci suppose que les fréquences de collision soient faibles vis-à-vis des fréquences d'oscillation, ce qui sera toujours le cas dans les expériences dont il sera question.

4° - Les faisceaux ne sont pas relativistes.

5° - La vitesse $\vec{U_o}$ de chaque faisceau est parallèle au champ magnétique $\vec{B_o}$.

6° - Effets de température négligeables : cette dernière hypothèse sera légitime si les conditions suivantes sont réalisées :

Dans un système de référence accompagnant chaque faisceau, la vitesse de phase $\frac{\omega}{K}$ devra être très supérieure à la vitesse d'agitation thermique V_{th} du faisceau considéré et le temps de croissance

des instabilités devra être très inférieur au temps caractéristique d'amortissement : $\frac{1}{K\,V_{th}}$. Il sera nécessaire enfin que le rayon de giration des particules soit très inférieur à la longueur d'onde.

Dans les calculs qui suivent, il sera tenu compte de la propagation oblique et nous verrons que ceci fait apparaître certains mécanismes d'instabilité qui n'existent pas pour des ondes se propageant parallèlement ou perpendiculairement au champ magnétique.

2 - Equation de propagation.

Les équations linéarisées du mouvement et de continuité de chaque assemblée sont*:

$$\frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + (\vec{U}_o \cdot \vec{\nabla})\vec{v}_1 = \frac{e}{m}\left(\vec{E}_1 + \vec{v}_1 \times \vec{B}_o + \vec{U}_o \times \vec{B}_1\right) \qquad (1)$$

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (N_o \vec{v}_1 + n_1 \vec{U}_o) = 0. \qquad (2)$$

désignant par N_o, $\vec{U}_o$, $\vec{B}_o$, la densité, la vitesse et le champ magnétique non perturbés.

Les champs perturbés $\vec{E}_1$ et $\vec{B}_1$ sont reliés par les équations de Maxwell :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}_1 = 4\pi \vec{J}_1 + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \qquad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_1 = - \frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \qquad (4)$$

---

* Nous utilisons le système U.E.M.C.G.S.

Le courant perturbé est défini par :

$$\vec{J_1} = \sum e \, (N_o \, \vec{v_1} + n_1 \, \vec{U_o}) \tag{5}$$

$\sum$ représente la somme de la contribution de chaque espèce de particules.

Le problème étant linéaire, $\vec{J_1}$ peut s'exprimer en fonction du champ électrique oscillant par une relation de la forme :

$$\vec{J_1} = \vec{\vec{\sigma}} \cdot \vec{E_1} \tag{6}$$

où $\vec{\vec{\sigma}}$ est le tenseur de conductivité du milieu. Son calcul fait l'objet du paragraphe suivant.

Dans ces conditions, combinant (3) , (4) et (6), nous obtenons l'équation de propagation du champ électrique :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E_1}) + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E_1}}{\partial t^2} + 4\pi \, \vec{\vec{\sigma}} \cdot \frac{\partial \vec{E_1}}{\partial t} = 0 \tag{7}$$

que nous écrirons, finalement, sous la forme :

$$\vec{\vec{R}} \cdot \vec{E_1} = 0 \tag{7'}$$

L'équation (7') est l'équation de dispersion des ondes dans le milieu. Son calcul se ramène à celui du tenseur de conductivité.

3 - Expression du tenseur de conductivité (milieu infini).

Puisque nous considérons la propagation d'ondes planes en milieu infini, nous supposerons les grandeurs oscillantes de la forme :

$$A\, e^{-i(\omega t - \vec{K} \cdot \vec{r})} .$$

Le système d'équations (1) à (4) s'écrit alors :

$$-i\,(\omega - \vec{K} \cdot \vec{U}_o)\vec{v}_1 = \frac{e}{m}\,(\vec{E}_1 + \vec{v}_1 \times \vec{B}_o + \vec{U}_o \times \vec{B}_1) \qquad (1')$$

$$(\omega - \vec{K} \cdot \vec{U}_o)\, n_1 - N_o \vec{K} \cdot \vec{v}_1 = 0. \qquad (2')$$

$$i\vec{K} \times \vec{B}_1 = 4\pi\, \vec{J}_1 - i\,\omega . \frac{1}{c^2}\, \vec{E}_1 \qquad (3')$$

$$\vec{K} \times \vec{E}_1 = \omega\, \vec{B}_1 . \qquad (4')$$

(2') donne $\quad n_1 = \dfrac{N_o\, \vec{K} \cdot \vec{v}_1}{(\omega - \vec{K} \cdot \vec{U}_o)}$.

Pour exprimer $\vec{v}_1$ nous reprenons le calcul de Bernstein et Tréhan [26].

$$\vec{\omega}_c \cdot \vec{V}_1 = + \frac{i\,e\, \vec{\omega}_c}{m(\omega - \vec{K} \cdot \vec{U}_o)} \cdot \left[\vec{E}_1 + \frac{\vec{U}_o \times (\vec{K} \times \vec{E}_1)}{\omega} \right]$$

$$\vec{\omega}_c \times \vec{v}_1 = \frac{i\,e}{m\,(\omega - \vec{K}\cdot\vec{U}_o)}\left[\vec{\omega}_c \times \vec{E}_1 + \frac{\vec{\omega}_c}{\omega}\times\left[\vec{U}_o \times (\vec{K}\times\vec{E}_1)\right]\right]$$

$$- \frac{i}{\omega - \vec{K}\cdot\vec{U}_o}\left[\vec{\omega}_c\,(\vec{\omega}_c \cdot \vec{v}_1) - \omega_c^{\,2}\cdot\vec{v}_1\right]$$

où $\vec{\omega}_c = \frac{e\,\vec{B}_o}{m}$ est un vecteur dirigé suivant $\vec{B}_o$ si $e > 0$, dans le sens opposé si $e < 0$. (Lorsque nous spécifierons ω_{ce} ou ω_{ci}, il s'agira au contraire de valeurs absolues. Ainsi pour des ions $\omega_c = \omega_{ci}$, pour des électrons $\omega_c = -\omega_{ce}$.)

En reportant dans (1'), il vient :

$$\vec{v}_1 = -\frac{e}{m}\;\frac{1}{\omega_c^{\,2} - (\omega - \vec{K}\cdot\vec{U}_o)^2}\left\{ i\,(\omega - \vec{K}\cdot\vec{U}_o)\left[\vec{E}_1 + \frac{1}{\omega}\vec{U}_o \times (\vec{K}\times\vec{E}_1)\right] + \vec{\omega}_c \times \vec{E}_1 \right.$$

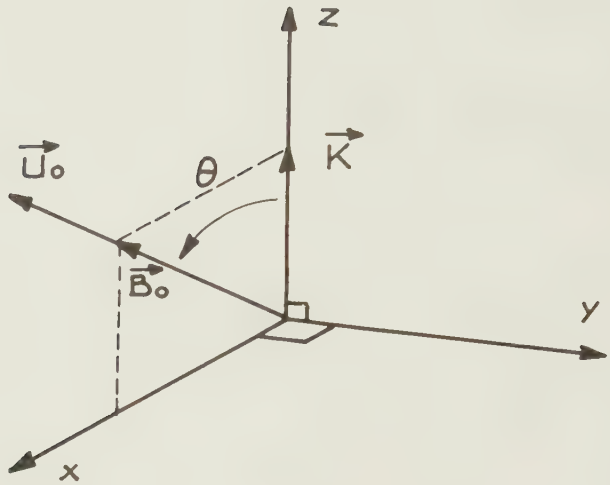
$$\left. + \frac{\vec{\omega}_c}{\omega}\times\left[\vec{U}_o \times (\vec{K}\times\vec{E}_1)\right] - \frac{i\,\vec{\omega}_c}{\omega - \vec{K}\cdot\vec{U}_o}\left\{\vec{\omega}_c\cdot\vec{E}_1 + \frac{1}{\omega}\vec{\omega}_c\cdot\left[\vec{U}_o \times (\vec{K}\times\vec{E}_1)\right]\right\}\right\} \qquad (9)$$

Les équations (2') et (9) permettent d'écrire :

$$\vec{J}_1 = \sum e\,N_o\left(\vec{v}_1 + \vec{U}_o\;\frac{\vec{K}\cdot\vec{v}_1}{\omega - \vec{K}\cdot\vec{U}_o}\right)$$

sous la forme : $\vec{J}_1 = \vec{\vec{\sigma}}\cdot\vec{E}_1$.

Le tenseur de conductivité s'obtient en projetant sur un système d'axes cartésiens, tel que le vecteur $\vec{K}$ soit porté par oz. La vitesse $\vec{U}_o$ et le champ magnétique $\vec{B}_o$ sont dans le plan xoz et font l'angle θ avec oz.



Les éléments du tenseur de conductivité s'écrivent dans ces conditions :

$$\left[\begin{array}{l}
\sigma_{xx} = +i\sum \dfrac{\omega_p^2}{4\pi c^2} \cdot \dfrac{\omega\ \omega_c^2\ \sin^2\theta}{(\omega - K_{/\!/}U_o)^2\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]} \\[2ex]
\qquad - i\sum \dfrac{\omega_p^2}{4\pi\omega c^2} \cdot \dfrac{(\omega - K_{/\!/}U_o)^2}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]} \\[2ex]
\qquad - i\sum \dfrac{\omega_p^2}{4\pi\omega c^2} \cdot \dfrac{K_{/\!/}^2 U_o^2\ t^2 g\theta}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]}
\end{array}\right. \qquad (10)$$

%

$$\sigma_{xy} = -\sigma_{yx} = \sum \frac{\omega_p^2}{4\pi c^2} \frac{\omega_c \cos\theta}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/} U_o)^2\right]} - \sum \frac{\omega_p^2 \omega_c}{4\pi c^2 \omega \cos\theta} \frac{K_{/\!/} U_o}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/} U_o)^2\right]}$$

$$\sigma_{zx} = \sigma_{xz} - i \sum \frac{\omega_p^2}{4\pi c^2} \frac{\omega_c^2 \; \omega \cos\theta \; \sin\theta}{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2 \; \left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/} U_o)^2\right]}$$

$$- i \sum \frac{\omega_p^2}{4\pi c^2} \frac{K_{/\!/} U_o \operatorname{tg} \theta}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/} U_o)^2\right]}$$

$$\sigma_{yy} = - i \sum \frac{\omega_p^2}{4\pi c^2} \frac{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2}{\omega \left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/} U_o)^2\right]} \qquad (10)$$

$$\sigma_{yz} = -\sigma_{zy} = \sum \frac{\omega_p^2}{4\pi c^2} \frac{\omega_c \sin\theta}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/} U_o)^2\right]}$$

$$\sigma_{zz} = i \sum \frac{\omega_p^2}{4\pi c^2} \frac{\omega \cos^2\theta}{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2}$$

$$- i \sum \frac{\omega_p^2}{4\pi c^2} \frac{\omega \sin^2\theta}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/} U_o)^2\right]}$$

<u>Remarques</u> :

1 - Certains auteurs utilisent le tenseur diélectrique $\overrightarrow{\overrightarrow{K}}$ plutôt que le tenseur de conductivité $\overrightarrow{\overrightarrow{\sigma}}$. On passe aisément de l'un à l'autre par la relation :

$$\vec{\vec{K}} = \vec{\vec{1}} + \frac{4\pi c^2 i\vec{\vec{\sigma}}}{\omega}$$

$\vec{\vec{1}}$ est le tenseur unité.

2 - Dans un milieu diélectrique non dissipatif et sans sources de rayonnement, le tenseur de conductivité doit être hermitien. Ceci traduit en particulier que le vecteur de Poynting est conservatif : $\vec{\nabla} \cdot \vec{P} = 0$ [15]. Il est facile de vérifier que l'expression obtenue pour $i\vec{\vec{\sigma}}$ est bien hermitienne pour ω et K réels. Lorsqu'il y a génération d'ondes dans le milieu, ω est alors complexe et il est naturel de voir disparaître le caractère hermitien de $\vec{\vec{\sigma}}$.

3 - Remarquons enfin que la symétrie qui apparaît dans le tenseur $\vec{\vec{\sigma}}$ est liée à la propriété de "réversibilité microscopique", c'est-à-dire à l'invariance des équations du mouvement dans la transformation (t, -t) qu'expriment les relations d'Onsager [15] [21] :

$$\sigma_{ij}(U_o, K, B_o) = \sigma_{ji}(U_o, K, -B_o)$$

$$\sigma_{ij}(U_o, K, B_o) = \sigma_{ij}(-U_o, -K, B_o)$$

4 - Equation de dispersion.

En reportant les valeurs des éléments du tenseur $\vec{\vec{\sigma}}$ nous obtenons les éléments de l'opérateur $\vec{\vec{R}}$ défini par l'équation de propagation (7):

$$(\omega^2 - c^2K^2)\vec{E}_1 + c^2\vec{K}(\vec{K}\cdot\vec{E}_1) + 4\pi i\omega c^2\vec{\vec{\sigma}}\cdot\vec{E}_1 = 0$$

d'où :

$$R_{xx} = \omega^2 - c^2K^2 - \sum \omega_p^2 \frac{\omega_c^2\ \omega^2 \sin^2\theta}{(\omega - K_{/\!/}U_o)^2\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]}$$

$$+\sum \omega_p^2 \frac{(\omega - K_{/\!/}U_o)^2}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]} + \sum \omega_p^2 \frac{K_{/\!/}^2 U_o^2 \operatorname{tg}^2\theta}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]}$$

$$R_{xy} = +R^*_{yx} = i\sum \omega_p^2 \frac{\omega\ \omega_c \cos\theta}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]} - i\sum \omega_p^2 \frac{\omega_c}{\cos\theta}\ \frac{K_{/\!/}U_o}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]}$$

$$R_{xz} = R^*_{zx} = -\sum \omega_p^2 \frac{\omega^2\ \omega_c^2 \cos\theta\ \sin\theta}{(\omega - K_{/\!/}U_o)^2\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]}$$

$$+\sum \omega_p^2 \frac{\omega\ K_{/\!/}U_o \operatorname{tg}\theta}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]} \qquad (11)$$

$$R_{yy} = \omega^2 - c^2K^2 + \sum \omega_p^2 \frac{(\omega - K_{/\!/}U_o)^2}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]}$$

$$R_{yz} = +R^*_{zy} = i\sum \omega_p^2 \frac{\omega\ \omega_c \sin\theta}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]}$$

$$R_{zz} = \omega^2 - \sum \omega_p^2 \frac{\omega^2 \cos^2\theta}{(\omega - K_{/\!/}U_o)^2} + \sum \omega_p^2 \frac{\omega^2 \sin^2\theta}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/}U_o)^2\right]}$$

Le symbole * signifie : complexe conjugué lorsque ω et K sont réels.

5 - Discussion de l'équation de dispersion.

L'équation $\vec{\vec{R}} \cdot \vec{E} = 0$ constitue un système de trois équations linéaires et homogènes reliant les trois composantes E_x, E_y et E_z. La condition pour qu'il n'existe d'autres solutions que $\vec{E} = 0$ est que le déterminant de $\vec{\vec{R}}$ soit nul. $|R| = 0$ est donc l'équation de dispersion, elle permet d'obtenir pour chaque valeur de ω, un certain nombre de valeurs possibles de la constante de propagation K. Dans le cas d'un plasma froid au repos en l'absence de faisceaux, $|R| = 0$ est une équation du 4ème degré en K, mais en présence de faisceaux, le degré de cette équation croît très rapidement, comme le montrent les exemples suivants :

Cas d'un faisceau seul (sans plasma) : Les éléments de $|R|$ sont des rapports de polynomes que nous désignerons par la notation $\{n\}$ où $\{n\}$ représente le degré en K. De cette façon, nous avons :

$$R_{xx} = \frac{\{6\}}{\{2\}\ \{2\}} \qquad R_{xy} = \frac{\{1\}}{\{2\}} \qquad R_{xz} = \frac{\{3\}}{\{2\}\{2\}}$$

$$R_{yy} = \frac{\{4\}}{\{2\}} \qquad R_{yz} = \frac{\{0\}}{\{2\}} \qquad R_{zz} = \frac{\{2\}}{\{2\}\{2\}}$$

Le terme de plus haut degré de $|R| = 0$ provient du produit :

$$R_{xx} \cdot R_{yy} \cdot R_{zz} = \frac{\{6\}}{\{2\}\{2\}} \times \frac{\{4\}}{\{2\}} \times \frac{\{2\}}{\{2\}\{2\}} = \frac{\{12\}}{\{10\}}$$

Nous obtenons une équation du 12ème degré en K. Cette élévation de degré par rapport au cas du plasma statique, est due à la modification des fréquences par effet Doppler dans le mouvement du faisceau,

ce qui a pour effet de remplacer dans le tenseur de conductivité ω par $\omega - K_{/\!/} U_o$.

Cas de p faisceaux : Il est facile de vérifier que le terme de plus haut degré provient encore du produit $R_{xx} \cdot R_{yy} \cdot R_{zz}$; or nous avons :

$$R_{xx} = \frac{\{2 + 4p\}}{\{4p\}}$$

$$R_{yy} = \frac{\{2 + 2p\}}{\{2p\}}$$

$$R_{zz} = \frac{\{4p\}}{\{4p\}}$$

de telle sorte qu'annuler le numérateur de $|R| = 0$, conduit à une équation de degré :

$$\boxed{n = 4 + 10\,p}$$

La discussion des ondes pouvant se propager dans un système de p faisceaux, se ramène donc à la recherche des racines d'un polynôme de degré $\underline{\underline{4 + 10\,p}}$ par rapport à la variable K .

On montre de la même façon que la recherche des solutions ω pour une valeur donnée de K conduirait à une équation de degré $\underline{\underline{6 + 10\,p}}$ en ω

Une discussion rigoureuse de l'équation de dispersion $|R| = 0$ ne sera donc pas possible dans le cas général d'ondes se propa-

geant dans une direction quelconque par rapport au champ magnétique. Des solutions approchées pourront toutefois être recherchées à l'aide d'hypothèses supplémentaires.

A - Une discussion rigoureuse du problème sera toutefois possible dans les cas suivants :

1 - Champ magnétique nul, direction de propagation longitudinale ($\theta = 0$) et transversale ($\theta = \frac{\pi}{2}$).

2 - Champ magnétique quelconque, direction de propagation longitudinale ($\theta = 0$) et transversale ($\theta = \frac{\pi}{2}$).

B - Une discussion approchée sera faite dans le cas général de la propagation oblique, mais en se limitant à l'étude d'ondes beaucoup plus lentes que la lumière dans le vide. Ce sont, en effet, ces ondes qui ont un intérêt pour les interactions avec des faisceaux, puisque ce sont elles qui peuvent être excitées par effet Cerenkov ou Doppler-anormal.

$|R| = 0$ est donc une équation algébrique en ω et K, définissant la courbe de dispersion dans le plan (ω, K). Pour ω et K suffisamment grands, cette courbe sera assez voisine des courbes de dispersion de chaque faisceau pris isolément. Toutefois, au voisinage des points d'intersection de ces courbes, apparaissent des zones de couplage dont la signification physique a été discutée par différents auteurs. Haus [52] se basant sur des considérations énergétiques, montré qu'il était possible de distinguer des ondes d'énergie "positive" et des ondes d'énergie "négative", les premières ayant pour effet d'augmenter l'énergie cinétique du faisceau, les secondes de la diminuer.* Ainsi, puisque l'énergie totale du

---

* Ce résultat devient évident dans le cas d'une onde longitudinale, lorsque K est parallèle à U_o. On calcule sans difficulté l'énergie cinétique moyenne dans une tranche d'épaisseur égale à la longueur d'onde :

$$\langle W_{cin} \rangle = \frac{1}{2} N_o \, m \left[U_o^2 + v_1^2 \, \frac{V_\varphi}{V_\varphi - U_o} \right]$$

système doit être conservée, les zones instables ne peuvent apparaître qu'autour du point de couplage de deux ondes d'énergie de signe opposé. Malgré l'intérêt physique de la méthode de discussion de Haus, il n'est pas nécessaire de considérer l'énergie des ondes couplées pour prévoir les zones instables. Comme l'a fait remarquer Sturrock [32], la connaissance de l'équation de dispersion est suffisante. Une onde instable pour un observateur fixe dans le système du laboratoire (instabilité non convective) se traduit toujours par l'existence d'un couple Kréel, ω complexe solution de l'équation de dispersion. L'examen de la courbe de dispersion dans le plan ω, K indique donc immédiatement les zones d'instabilité.

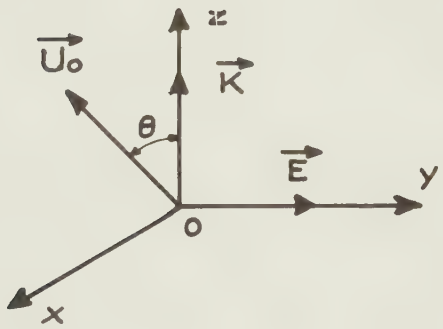
6 - Champ magnétique nul, direction de propagation quelconque.

En l'absence de champ magnétique $(\omega_c = 0)$, les éléments du tenseur $\overset{\rightarrow}{\vec{R}}$ s'écrivent :

$$\begin{cases} R_{xx} = \omega^2 - c^2K^2 - \sum \omega_p^2 - \sum \omega_p^2 \dfrac{K^2 U_o^2 \sin^2\theta}{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2} \\[2ex] R_{xy} = R_{yx} = R_{yz} = R_{zy} = 0 \\[2ex] R_{zx} = R_{xz} = -\sum \omega_p^2 \dfrac{\omega K U_o \sin\theta}{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2} \\[2ex] R_{yy} = \omega^2 - c^2K^2 - \sum \omega_p^2 \\[2ex] R_{zz} = \omega^2 - \sum \omega_p^2 \dfrac{\omega^2}{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2} \end{cases} \qquad (12)$$

R_{yy} se met en facteur dans l'équation $|R| = 0$ puisque $R_{xy} = R_{yz} = 0$.

Il existe dans tous les cas une onde électromagnétique ($\vec{K} \cdot \vec{E} = 0$), polarisée suivant oy ($E_x = E_z = 0$ $E_y \neq 0$), qui se propage dans le faisceau-plasma comme s'il n'y avait pas de vitesse de translation.



Cette onde a un vecteur champ électrique normal au plan de la vitesse des faisceaux et du vecteur de propagation $\vec{K}$. Il n'y a évidemment pas d'instabilité associée à cette onde, dont l'équation de dispersion s'écrit :

$$\omega^2 - \sum \omega_p^2 - c^2 K^2 = 0 .$$

Le second facteur conduit à l'équation de dispersion :

$$R_{xx} R_{zz} - R_{xz}^2 = 0$$

c'est-à-dire :

$$\omega^2 \left[1 - \sum \frac{\omega_p^2}{(\omega - K U_o \cos\theta)^2} \right] \left[\omega^2 - c^2 K^2 - \sum \omega_p^2 - \sum \omega_p^2 \frac{K^2 U_o^2 \sin^2\theta}{(\omega - K U_o \cos\theta)^2} \right]$$

$$- \left[\sum \omega_p^2 \frac{\omega K U_o \sin\theta}{(\omega - K U_o \cos\theta)^2} \right]^2 = 0 \qquad (13)$$

Nous allons successivement envisager les cas de la propagation parallèle ($\theta = 0$), perpendiculaire ($\theta = \frac{\pi}{2}$) et oblique ($\theta \neq 0$ et $\theta \neq \frac{\pi}{2}$). Dans ce dernier cas, nous nous limiterons à la discussion des ondes dont la vitesse de phase est faible ($\frac{\omega}{K} \sim U_o \ll C$).

Etude de la propagation parallèle ($\theta = 0$).

(13) se réduit alors à un produit de deux facteurs conduisant aux deux équations :

$$(\omega^2 - c^2K^2 - \sum \omega_p^2) = 0 \qquad (16)$$

$$1 - \sum \frac{\omega_p^2}{(\omega - KU_o)^2} = 0 \qquad (17)$$

(16) représente l'équation de dispersion d'une onde électromagnétique ($\vec{K} \cdot \vec{E} = 0$), dont le champ électrique est polarisé suivant ox , c'est-à-dire dans une direction perpendiculaire aux faisceaux puisque $\theta = 0$. Cette onde se propage dans le milieu comme si tous les faisceaux étaient au repos et aucune instabilité n'est liée à cette onde.

(17) est l'équation de dispersion bien connue des interactions électrostatiques double-faisceau. Ce mécanisme a fait l'objet de nombreuses études très détaillées (**réf.** [29] [31] [35] [37] [49] [50] etc...). Remarquons tout d'abord que (17) est la condition pour que le champ électrique soit dirigé suivant oz , c'est donc l'équation de dispersion d'oscillations électrostatiques ($\vec{K} \times \vec{E} = 0$) se propageant parallèlement aux faisceaux. Les courbes représentées figure 1 à 4 résument les propriétés dispersives de

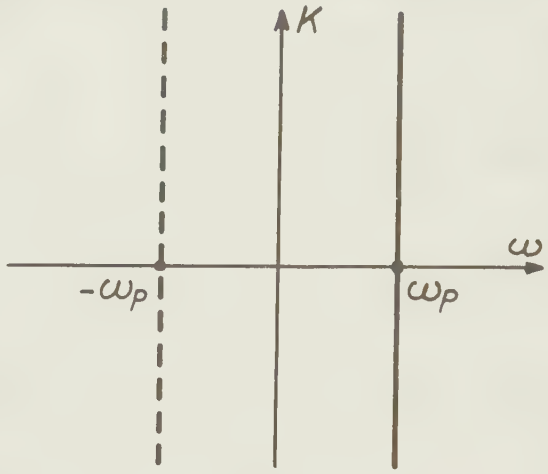


Figure I — Plasma seul

$$1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}=0$$

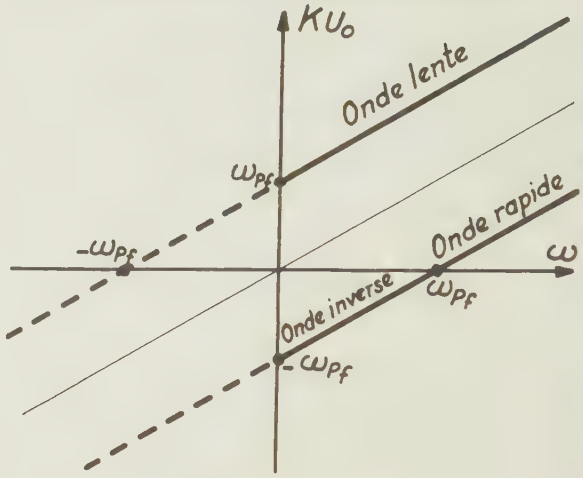


Figure II — Faisceau seul

$$1-\frac{\omega_{pf}^2}{(\omega-KU_o)^2}=0$$

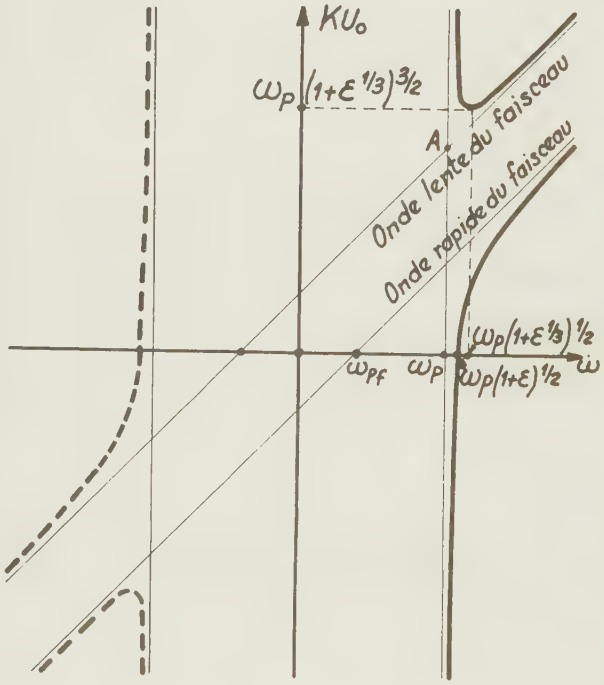


Figure III — Plasma traversé par un faisceau

$$1-\frac{\omega_p^2}{\omega^2}-\frac{\omega_{pf}^2}{(\omega-KU_o)^2}=0 \qquad \mathcal{E}=\frac{\omega_{pf}^2}{\omega_p^2}$$

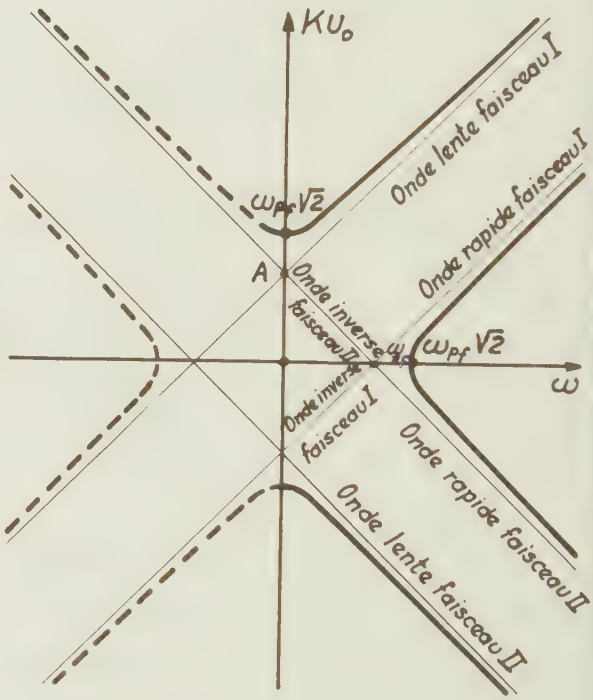


Figure IV — Deux faisceaux identiques opposés

$$1-\frac{\omega_{pf}^2}{(\omega-KU_o)^2}-\frac{\omega_{pf}^2}{(\omega+KU_o)^2}=0$$

cette onde dans les milieux suivants :

1. plasma seul ,
2. faisceau seul ,
3. un plasma traversé par un faisceau ,
4. deux faisceaux identiques opposés.

Il est clair que pour un plasma seul, les deux valeurs possibles de ω sont $\pm\ \omega_p$. La vitesse de groupe est nulle, et l'énergie oscillatoire ne peut se propager. Pour ce mode d'oscillation, un plasma froid au repos est donc analogue à une rangée de pendules de pulsation ω_p, pouvant osciller librement sans couplage entre eux.

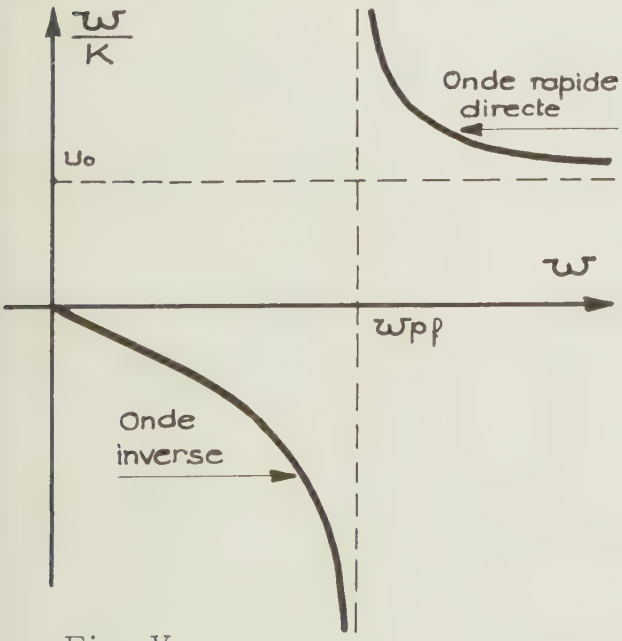


Fig. V -

Faisceau seul. Variation de la vitesse de phase en fonction de ω.

$$\left(V_\varphi = \frac{U_o}{1 - \frac{\omega_{pf}}{\omega}} \right)$$

Pour un faisceau seul, rien n'est changé par rapport au cas du plasma au repos, si l'observateur accompagne le faisceau à la vitesse U_o . Dans le repère du laboratoire toutefois, la fréquence est modifiée par effet Doppler, ω est changé en $\omega - KU_o$, ce qui a pour effet d'incliner les deux droites et de faire ainsi apparaître une onde de vitesse de phase $\frac{\omega}{K}$ inférieure à U_o (onde lente) et une onde dont la vitesse de phase est tantôt supérieure à U_o (onde rapide) tantôt de signe con-

traire (onde inverse) comme le montre la courbe de la figure V.

Dans la suite de ce rapport, nous désignerons par modes "plasma" d'un faisceau, les deux ondes longitudinales définies par les deux droites obliques de la figure II. Il est clair que la vitesse de groupe des deux modes "plasma" d'un faisceau est représentée par l'inverse de la pente de ces deux droites et possède une valeur constante et égale à la vitesse U_o du faisceau.

Dans le cas d'un plasma traversé par un faisceau (fig. III) ou de deux faisceaux opposés (fig. IV), il apparaît des plages instables liées au couplage des modes "plasma" des deux assemblées. Nous nous proposons d'étudier le comportement de $\mathcal{R}e(\omega)$[1] et de $\mathcal{I}m(\omega)$[1] en fonction de K dans ces plages instables et de déterminer le taux d'instabilité maximum que nous désignerons par $\mathcal{I}m(\omega^*)$.

a - <u>Cas du faisceau-plasma</u> (fig. III) : Posons

$$\varepsilon = \frac{\omega_{pf}^2}{\omega_p^2} \quad , \qquad X = \frac{\omega}{\omega_p} \quad , \qquad Y = \frac{K U_o}{\omega_p}$$

(17) s'écrit alors :

$$1 = \frac{1}{X^2} + \frac{\varepsilon}{(X - Y)^2} \tag{18}$$

Au voisinage de l'origine (X et $Y \ll 1$), négligeant les termes du quatrième ordre en X et Y nous obtenons :

$$X^2 (1 + \varepsilon) - 2XY + Y^2 = 0$$

d'où :

$$\boxed{X = \frac{Y}{(1 + \varepsilon)} (1 \pm i \varepsilon)^{1/2}} \tag{19}$$

(1) $\mathcal{R}e(\omega)$, $\mathcal{I}m(\omega)$: parties réelle et imaginaire de ω .

Evaluons maintenant le taux d'instabilité maximum. Nous avons alors :

$$\mathcal{I}m \left(\frac{dX}{dY}\right) = 0$$

Or
$$\frac{dX}{dY} = \frac{-1}{1 + \frac{1}{\varepsilon}\left(1 - \frac{Y}{X}\right)^3}$$

Le dénominateur de $\frac{dX}{dY}$ doit donc être réel et $\left(1 - \frac{Y}{X}\right)$ doit se mettre sous la forme :

$$\frac{Y}{Z} - 1 = \alpha\, e^{\frac{i\pi}{3}} \qquad (\alpha \text{ réel})$$

c'est-à-dire :

$$X = \frac{Y}{1 + \alpha\, e^{\frac{i\pi}{3}}} \qquad (19')$$

Portons dans (18) et séparons les parties réelle et imaginaire, il vient :

$$\alpha^3 = \varepsilon\, \frac{1+\alpha}{2+\alpha} \text{(partie imaginaire de (18))} \qquad (20)$$

Cette équation définit α, mais nous envisagerons pour simplifier, les deux cas suivants :

- faisceau très peu dense ($\varepsilon \ll 1$),
- faisceau de densité comparable à celle du plasma ($\varepsilon = 1$)

- Cas d'un faisceau peu dense ($\varepsilon \ll 1$) :

(20) donne alors : $\alpha \simeq \left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^{1/3}$

d'où en reportant dans la partie réelle de (18) :

$$Y^* = 1 + \frac{3}{4}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^{2/3} + \ldots\ldots$$

On en déduit X^* en reportant Y^* dans (19')

$$X^* = 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^{1/3} \pm i\,\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^{1/3} + \ldots\ldots$$

Pour un faisceau peu dense, le point d'instabilité maximum correspond donc à :

$$\begin{cases} \mathcal{R}e(\omega^*) = \omega_p\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^{1/3}\right] \\ K^* U_o = \omega_p\left[1 + \frac{3}{4}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^{1/3}\right] \\ \mathcal{I}m(\omega^*) = \omega_p\left[\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)^{1/3}\right] \end{cases}$$

- Cas d'un faisceau très dense : ($\varepsilon = 1$)

(20) donne alors : $\alpha = \pm 1$

d'où en reportant dans la partie réelle de (18)

$$Y^* = \sqrt{3}$$

compte tenu de (19') ;

$$X^* = \frac{\sqrt{3}}{2} \pm \frac{i}{2}$$

Pour un faisceau de densité égale à celle du plasma, le taux

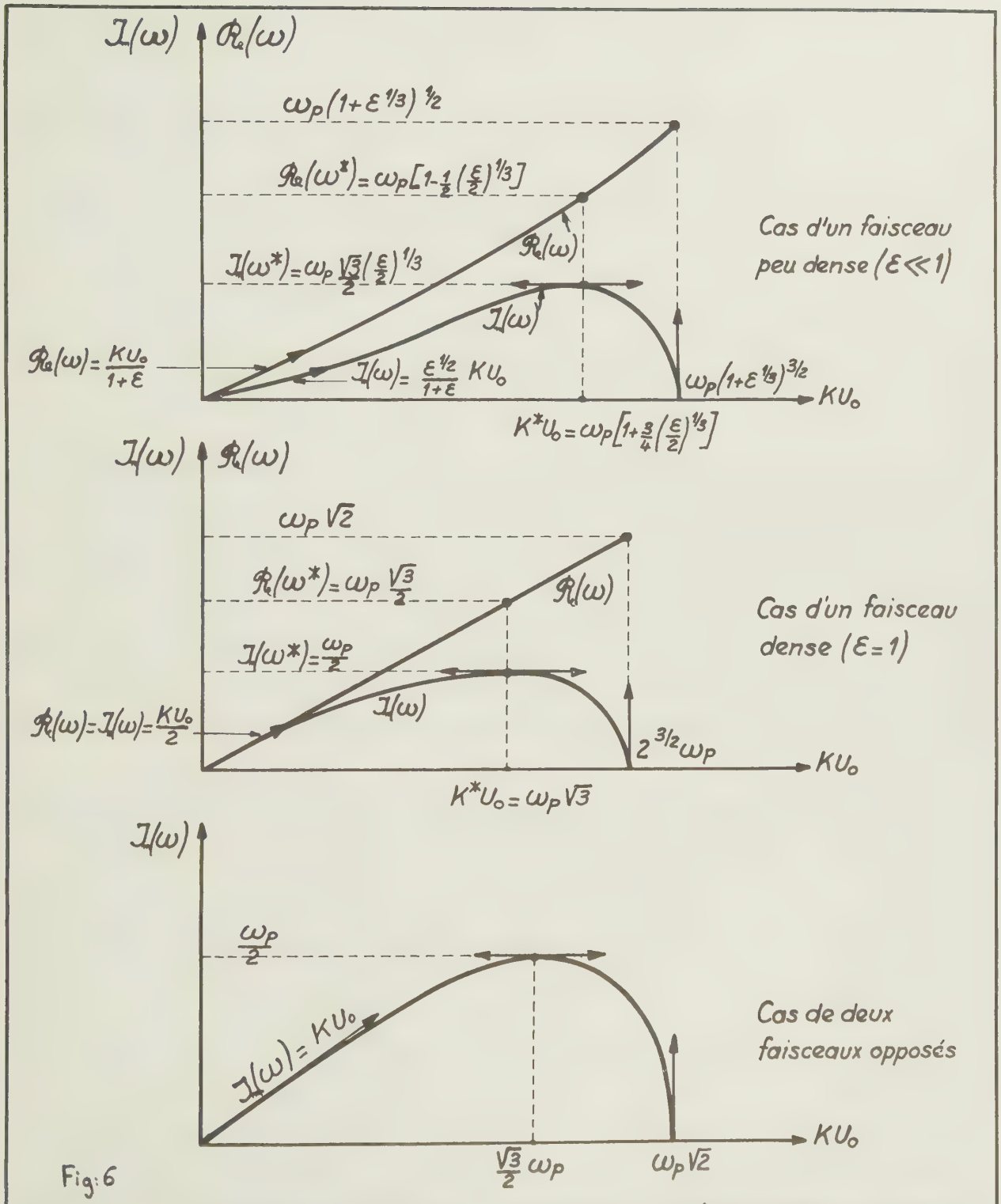


Fig: 6

TAUX DE CROISSANCE DE L'INSTABILITE "PLASMA.PLASMA"

de croissance maximum apparaît pour :

$$\begin{cases} \mathcal{R}e(\omega^*) = \omega_p \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \mathcal{I}m(\omega^*) = \dfrac{\omega_p}{2} \\ K^* U_o = \omega_p \sqrt{3} \end{cases}$$

Ces résultats sont résumés sur la figure VI .

b - <u>Cas de deux faisceaux symétriques</u> : Le cas de la collision de deux faisceaux symétriques s'obtient en effectuant un changement de repère galiléen à partir du cas précédent. Nous pouvons dès à présent prévoir, comme l'a montré Chen [57] que $\mathcal{I}m(\omega^*)$ restera inchangé, puisqu'un changement de repère, lorsque la constante de propagation est réelle n'affecte que $\mathcal{R}e(\omega)$ qui est décalé par effet Doppler, mais ne peut en aucun cas changer $\mathcal{I}m(\omega)$ et par conséquent $\mathcal{I}m(\omega^*)$.

Pour deux faisceaux symétriques ($\varepsilon = 1$), (17) s'écrit :

$$1 = \frac{1}{(X + Y)^2} + \frac{1}{(X - Y)^2}$$

ou encore

$$X^4 - 2X^2 (1 + Y^2) + Y^2 (Y^2 - 2) = 0$$

Cette équation admet deux racines complexes conjuguées en X , pour $Y^2 < 2$. La symétrie de la courbe impose : $\mathcal{R}e(X) = 0$.

Dans le plan $\mathcal{I}m(X)$, Y cette équation définit une lemniscate lorsque $Y^2 < 2$.

La pente à l'origine a pour valeur : $\frac{Y}{X} = \pm 1$.

Le taux de croissance maximum apparaît pour :

$$\begin{cases} \mathcal{R}e(\omega^*) = 0 \\ K^* U_o = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega_p \\ \mathcal{I}m(\omega^*) = \frac{\omega_p}{2} \end{cases}$$

ce qui est conforme à la remarque faite ci-dessus.

<u>Etude de la propagation transverse ($\theta = \frac{\pi}{2}$) .</u>

L'équation (13) lorsque $\theta = \frac{\pi}{2}$, prend la forme suivante :

$$\left[\omega^2 - \sum \omega_p^2\right]\left[\omega^2 - c^2 K^2\left(1 + \frac{1}{\omega^2}\sum \omega_p^2 \frac{U_o^2}{c^2}\right) - \sum \omega_p^2\right] - \frac{K^2 c^2}{\omega^2}\sum\left[\omega_p^2 \frac{U_o}{c}\right]^2 = 0$$

Cette équation traduit l'existence d'une onde électromagnétique et d'une onde électrostatique couplées par le terme

$$\frac{K^2 c^2}{\omega^2}\left[\sum \omega_p^2 \frac{U_o}{c}\right]^2$$

Ce terme est d'ailleurs nul dans le cas de "multi-faisceaux symétriques", c'est-à-dire tels que $\sum \omega_p^2 \frac{U_o}{c} = 0$. Ainsi dans le cas de deux faisceaux

opposés nous obtenons :

1° $R_{zz} = \omega^2 - \sum \omega_p^2 = 0$ (onde électrostatique habituelle).

2° $R_{xx} = \omega^2 - c^2K^2\left(1 + \frac{1}{\omega^2}\sum \omega_p^2 \frac{U_o^2}{c^2}\right) - \sum \omega_p^2 = 0$ qui correspond à une onde purement électromagnétique $(\vec{K} \cdot \vec{E} = 0)$ et dont le vecteur champ électrique est polarisé suivant ox. Si les faisceaux étaient au repos, le coefficient de c^2K^2 dans cette équation, serait -1 ; le terme correctif $\frac{1}{\omega^2}\sum \omega_p^2 \frac{U_o^2}{c^2}$ qui apparaît lorsque la vitesse n'est pas nulle, peut être interprété comme l'effet du couplage lié à la force $\vec{U_o} \times \vec{B_1}$.

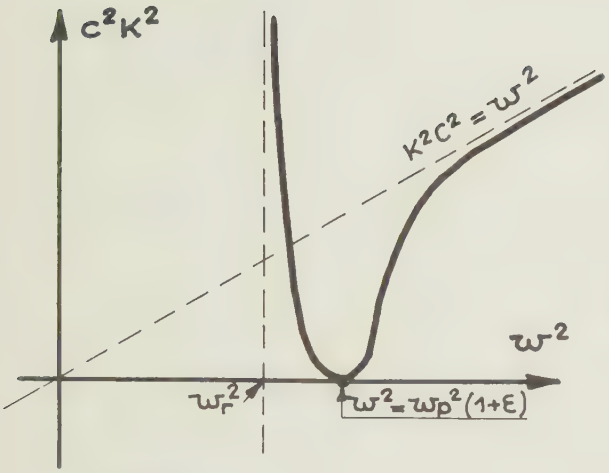
Afin d'étudier la propagation $(\theta = \frac{\pi}{2})$ lorsque $\sum \omega_p^2 \frac{U_o}{c} \neq 0$, il suffit d'écrire l'équation de dispersion sous la forme suivante :

$$c^2 K^2 = \frac{\omega^2\left[\omega^2 - \sum \omega_p^2\right]^2}{\left[\omega^2 + \sum \omega_p^2 \frac{U_o^2}{c^2}\right]\left[\omega^2 - \sum \omega_p^2\right] + \left(\sum \omega_p^2 \frac{U_o^2}{c}\right)^2}$$

c'est-à-dire, dans le cas d'un plasma traversé par un faisceau :

$$c^2 K^2 = \frac{\omega^2\left[\omega^2 - \omega_p^2(1+\varepsilon)\right]^2}{\left[\omega^2 + \varepsilon\,\omega_p^2 \frac{U_o^2}{c^2}\right]\left[\omega^2 - \omega_p^2(1+\varepsilon)\right] + \varepsilon^2 \frac{U_o^2}{c^2}\omega_p^4}$$

Il apparaît que pour $\omega > \omega_p^2(1+\varepsilon)$ l'onde est essentiellement transversale et se propage approximativement comme si le faisceau avait une vitesse nulle : $c^2K^2 = \omega^2 - \omega_p^2(1+\varepsilon)$. Au voisinage de



la fréquence $\omega^2 = \omega_p^2 (1 + \varepsilon)$, l'onde est hybride (E a ses composantes suivant ox et oz) et la fréquence de résonance est légèrement décalée vers les fréquences faibles :

$$\omega_r^2 = \omega_p^2 \left[1 + \varepsilon - 3 \frac{\varepsilon^2}{4} \frac{U_o^2}{c^2} \right]$$

Cas d'un angle de propagation quelconque : $(\theta \neq 0, \ \theta \neq \frac{\pi}{2})$

La relation de dispersion se simplifie si l'on se limite à l'étude des ondes lentes : $\omega \ll Kc$ et si la vitesse des faisceaux est très inférieure à la vitesse de la lumière: $U_o \ll c$. Le terme de couplage R_{xz}^2 est alors très faible et les deux ondes représentées par $R_{zz} = 0$ et R_{xx} se séparent. Nous retrouvons l'équation étudiée ci-dessus :

$$1 - \sum \frac{\omega_p^2}{(\omega - KU_o \cos\theta)^2} = 0$$

dans laquelle KU_o est maintenant remplacé par $KU_o \cos\theta$, ce qui traduit que lorsque la direction de propagation s'écarte de la direction des faisceaux, l'onde électrostatique est toujours excitée mais le taux de croissance maximum apparaît pour des longueurs d'onde de plus en plus faibles . Il en résulte que les ondes excitées dans un angle voisin de $\frac{\pi}{2}$ sont les plus affectées par l'amortissement "Landau".

Remarquons que dans le cas d'un plasma traversé par un

faisceau, l'équation (13) se ramène exactement à l'équation discutée par Neufeld et Doyle [31] . Le taux de croissance calculé par Neufeld et Doyle

$$\mathcal{I}m(\omega) = \left(\frac{K U_o \cos\theta \, \omega_p^2 \, \varepsilon}{2} \right)^{1/3} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

est en accord avec celui que nous donnons plus haut dans le cas d'un faisceau peu dense.

7 - Champ magnétique non nul, propagation parallèle.

Pour $B \neq 0$ et $\theta = 0$, l'équation $|R| = 0$ prend la forme d'un produit de deux facteurs :

$$T \times L = 0$$

avec : $T = R_{xx} R_{yy} - R_{xy} R_{yx}$ et $L = R_{zz}$.

Il se produit donc un découplage entre ondes transversales $(\vec{K} \cdot \vec{E}_1 = 0)$ et ondes longitudinales $(\vec{K} \times \vec{E}_1 = 0)$ identique à celui que nous connaissons dans un plasma en l'absence de faisceaux.

a - Ondes longitudinales : $L = R_{zz} = 0$.

Cette équation de dispersion est identique à celle obtenue pour $\theta = 0$ en l'absence de champ magnétique. Le champ magnétique n'apporte donc aucune modification aux résultats du paragraphe précédent ; nous retrouvons, en particulier, les mêmes plages d'instabilité et les mêmes taux de croissance.

b - Ondes transversales : $T = 0$

La condition $T = 0$ exprime que le système $\vec{\vec{R}} \cdot \vec{E} = 0$ qui se réduit à :

$$\begin{cases} R_{xx} E_x + R_{xy} E_y = 0 \\ - R_{xy} E_x + R_{yy} E_y = 0 \end{cases}$$

admet des solutions E_x et E_y non nulles (ondes transversales). Il est commode, dans ce cas, de faire apparaître d'une façon classique la polarisation circulaire de ces ondes en introduisant les composantes tournantes :

$$E_{\pm} = E_x \pm i E_y$$

$T = 0$ prend alors la forme :

$$(R_{xx} \mp i R_{xy}) E_{\pm} = 0$$

La condition d'existence de l'onde s'écrit donc :

$$\omega^2 - c^2 K^2 - \sum \omega_p^2 \frac{(\omega - K U_o)}{[\omega - K U_o \mp \omega_c]} = 0 \qquad (21)$$

Remarques :

1 - Dans le crochet du dénominateur, le signe - correspond à l'onde polarisée E_+ et le signe + à l'onde polarisée E_-. Dans un plasma au repos, lorsque ω est > 0, E_+ tourne dans le sens des ions et E_- dans le sens des électrons.

2 - Il suffit de tracer le diagramme de dispersion d'une seule des ondes E_+ ou E_- puisque le changement de ω en $-\omega$ et de K en $-K$ fait passer d'une équation de dispersion à l'autre.

Application au cas d'un plasma traversé par un faisceau .

Il est facile de vérifier que l'équation (21) ne conduit à aucune solution instable au voisinage de la fréquence cyclotron des électrons du plasma (mode Whistler). Il faudrait, en effet, que l'onde polarisée circulairement soit vue à la fréquence cyclotron des électrons simultanément dans le repère des électrons du plasma et dans celui du faisceau, ce qui est impossible. Un couplage instable, par contre, existe entre les électrons du faisceau et les ions du plasma comme l'ont montré Dawson et Bernstein [40]. Ecrivons en effet (21) en considérant trois assemblées : les ions et les électrons du plasma supposés au repos, et un faisceau d'électrons de vitesse U_o. Nous obtenons :

$$\omega^2 - c^2K^2 - \frac{\omega_{pi}^2\omega}{\omega - \omega_{ci}} - \frac{\omega_p^2\omega}{\omega + \omega_{ce}} - \frac{\omega_{pf}^2(\omega - KU_o)}{\omega - KU_o + \omega_{ce}} = 0 \qquad (22)$$

ω_{pi} , ω_p et ω_{pf} sont reliés par la condition de neutralité électrique:

$$\frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}} = \frac{\omega_p^2 + \omega_{pf}^2}{\omega_{ce}}$$

La figure 8 représente la courbe de dispersion correspondant à l'équation (22). Cette courbe admet cinq asymptotes:

$$\omega = \pm K c$$

$$\omega - KU_o = -\omega_{ce}$$

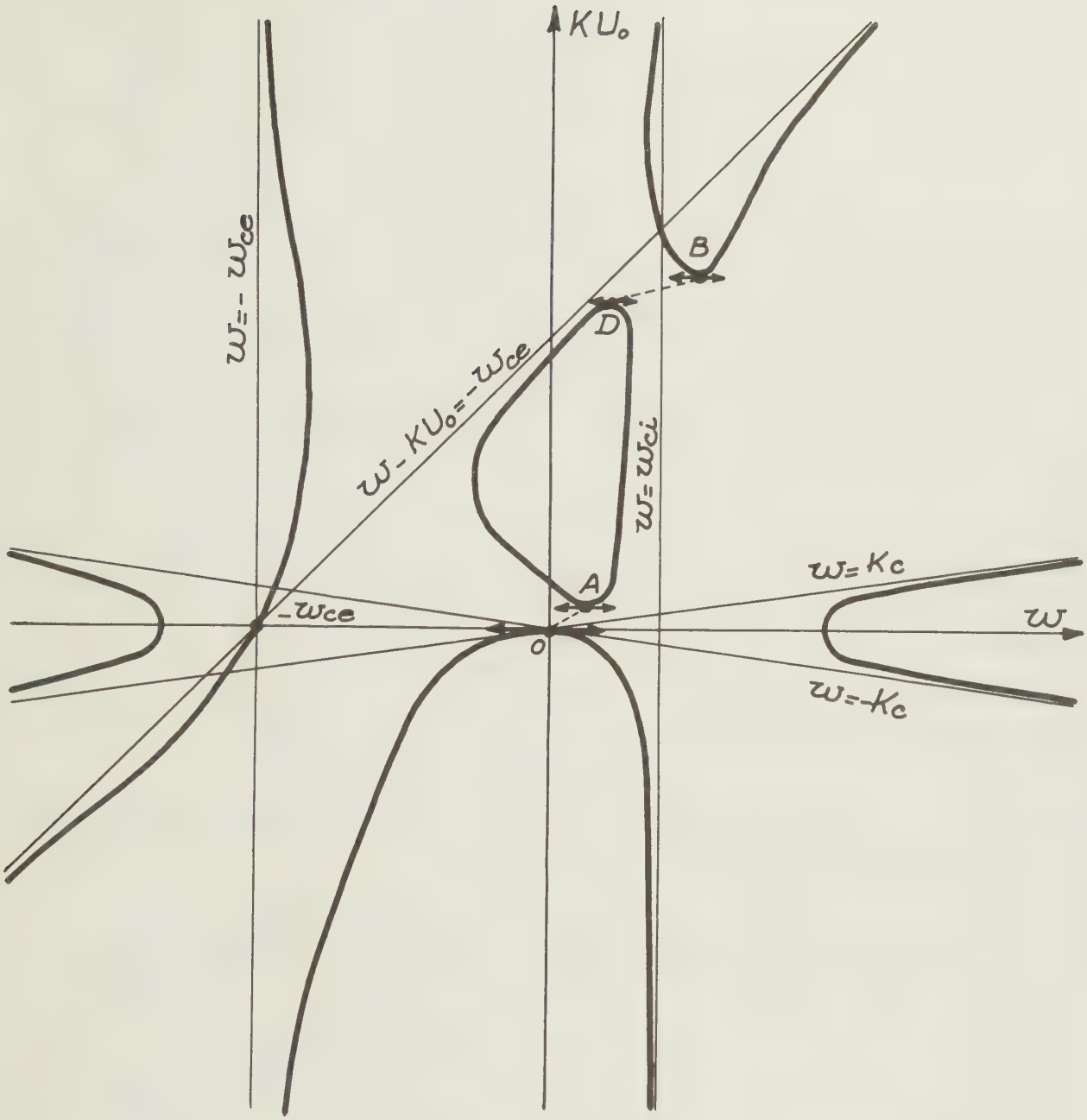


Figure: 8

COURBE DE DISPERSION DES ONDES TRANSVERSALES SE PROPAGEANT PARALLELEMENT AU CHAMP MAGNETIQUE ($\theta = 0$) DANS UN "FAISCEAU-PLASMA" $\beta_{\parallel} \ll 1$

$$\omega = -\omega_{ce}$$

$$\omega = \omega_{ci}$$

Au voisinage de l'axe KU_o, la courbe présente un lobe fermé aux extrémités duquel se trouvent deux plages instables. Les points d'intersection de ce lobe avec l'axe (o, KU_o) ont pour ordonnée :

$$KU_o = \frac{\omega_{ce}}{2}\left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\,\omega_{pf}^2}{\omega_{ce}^2}\,\frac{U_o^2}{c^2}}\right] = \frac{\omega_{ce}}{2}\left[1 \pm \sqrt{1 - 4\beta_{//}}\right]$$

Nous voyons que dans le domaine d'application de ce calcul, les deux points d'intersection sont toujours réels puisque $\beta_{//} \ll \frac{KU_o}{\omega_{ce}}$ et le lobe existe toujours.

Evaluons le taux de croissance $\mathcal{J}_m(\omega)$ dans les deux plages d'instabilité :

<u>Au voisinage de l'origine</u> : En ne conservant que les termes du deuxième ordre en ω et K (22) s'écrit :

$$\omega^2\left[1 + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} + \frac{\omega_p^2}{\omega_{ce}^2} + \frac{\omega_{pf}^2}{\omega_{ce}^2}\right] - 2\omega KU_o\frac{\omega_{pf}^2}{\omega_{ce}^2} - c^2K^2\left[1 - \frac{U_o^2}{c^2}\,\frac{\omega_{pf}^2}{\omega_{ce}^2}\right] + \omega_{pf}^2\,\frac{KU_o}{\omega_{ce}} = 0 \qquad (23)$$

Cette équation permet de déterminer les coordonnées des deux points à tangente horizontale $(f'_\omega = 0)$:

$$o \begin{cases} \omega = 0 \\ KU_o = 0 \end{cases}$$

$$\text{et} \quad A \begin{cases} K U_o = \omega_{pf} \dfrac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}} \left[\dfrac{\omega_{pf}^4}{\omega_{ce}^4} \dfrac{1}{1 + \dfrac{c^2}{v_A^2}} + \dfrac{c^2}{U_o^2} \left(1 - \beta_{//} \right) \right]^{-1} \\ \omega = \dfrac{K U_o}{1 + \dfrac{c^2}{v_A^2}} \dfrac{\omega_{pf}^2}{\omega_{ce}^2} \end{cases}$$

en posant $\dfrac{c^2}{v_A^2} = \dfrac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2}$

Le taux de croissance maximum dans l'intervalle oA est de l'ordre de $\dfrac{K U_o}{2}$ et comme le premier terme du crochet est en général très faible devant le second, nous avons un maximum d'instabilité pour :

$$\begin{cases} K U_o^* \sim \dfrac{\omega_{pf}}{2} \dfrac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}} \left[\dfrac{U_o^2}{c^2} \cdot \dfrac{1}{1 - \beta_{//}} \right] \\ \mathcal{R}e(\omega^*) \sim \dfrac{\omega_{pf}}{2} \dfrac{\omega_{pf}^3}{\omega_{ce}^3} \left[\dfrac{U_o^2}{c^2} \cdot \dfrac{v_A^2}{(1 - \beta_{//})(c^2 + v_A^2)} \right] \\ \mathcal{I}m(\omega^*) \sim \dfrac{\omega_{pf}}{2} \dfrac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}} \left[\dfrac{U_o^2}{c^2} \dfrac{1}{(1 - \beta_{//})} \right] \end{cases} \qquad (24)$$

L'instabilité en question correspond à l'excitation d'une onde de Alfven par le faisceau d'électrons. Remarquons toutefois que les longueurs d'onde correspondant à cette instabilité se trouvent dans le domaine où la condition $\dfrac{K U_o}{\omega_{ce}} \gg \beta_{//}$ n'est plus vérifiée ; une description satisfaisante de ce mécanisme doit tenir compte de la géométrie du milieu.

Au voisinage de $\omega = \omega_{ci}$: Nous développons (22) au voisinage du point B (intersection des asymptotes $\omega = \omega_{ci}$ et $\omega - K U_o = -\omega_{ce}$). Pour cela, nous posons :

$$\omega = \omega_{ci} + \Omega \qquad \Omega \ll \omega_{ci}$$

avec

$$K U_o = \omega_{ci} + \omega_{ce} + \chi \qquad \chi \ll \omega_{ce} + \omega_{ci}$$

En ne conservant que les termes d'ordre inférieur ou égal à 2 en Ω et χ, (22) s'écrit :

$$A\Omega^2 + \Omega\,(\omega_{pf}^2\,\omega_{ce} - \omega_{pi}^2\,\omega_{ci} - A\chi) + \omega_{pi}^2\,\omega_{ci}\,\chi = 0 \qquad (25)$$

en posant :

$$A = \omega_{ci}^2 - \omega_{pi}^2 - \omega_{pf}^2 - \omega_p^2\,\frac{\omega_{ci}}{\omega_{ce} + \omega_{ci}} - \frac{c^2}{U_o^2}\,(\omega_{ci} + \omega_{ce})^2$$

(25) permet de déterminer les deux points à tangente horizontale qui délimitent la zone instable :

$$C\begin{cases} \Omega = \dfrac{1}{A}\left[\omega_{pi}^2\,\omega_{ci} + 2\,\omega_{pi}\,\omega_{pf}\,\sqrt{\omega_{ce}\,\omega_{ci}}\right] \\[2ex] \chi = \dfrac{1}{A}\left[\omega_{pi}^2\,\omega_{ci} + \omega_{pf}^2\,\omega_{ce} + 2\,\omega_{pi}\,\omega_{pf}\,\sqrt{\omega_{ce}\,\omega_{ci}}\right] \end{cases}$$

$$D\begin{cases} \Omega = \dfrac{1}{A}\left[\omega_{pi}^2\,\omega_{ci} - 2\,\omega_{pi}\,\omega_{pf}\,\sqrt{\omega_{ce}\,\omega_{ci}}\right] \\[2ex] \chi = \dfrac{1}{A}\left[\omega_{pi}^2 + \omega_{pf}^2\,\omega_{ce} - 2\,\omega_{pi}\,\omega_{pf}\,\sqrt{\omega_{ce}\,\omega_{ci}}\right] \end{cases}$$

Si ω_p est de l'ordre de ω_{ce} , $(\omega_p \lesssim \omega_{ce})$ et A aura sensiblement pour valeur :

$$A \simeq -\frac{c^2}{U_o^2}\,\omega_{ce}^2$$

et le point d'instabilité maximum correspondra à :

$$\begin{cases} \mathcal{R}_e(\omega^*) = \omega_{ci}\left(1 - \dfrac{U_o^2}{c^2}\,\dfrac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ce}^2}\right) \\[2ex] \mathcal{I}_m(\omega^*) = 2\,\omega_{pf}\,\dfrac{U_o^2}{c^2}\,\dfrac{\omega_{pi}\sqrt{\omega_{ce}\,\omega_{ci}}}{\omega_{ce}^2} \\[2ex] K\,U_o^* = \omega_{ci} + \omega_{ce} - \dfrac{(\omega_{pi}^2\,\omega_{ce} + \omega_{pf}^2\,\omega_{ce})}{\omega_{ce}^2}\,\dfrac{U_o^2}{c^2} \end{cases} \qquad (26)$$

(26) montre que le taux de croissance est proportionnel à $\frac{U_o^2}{c^2}$, qu'il croît comme le produit $\omega_{pf}\,\omega_{pi}$ et qu'il décroît comme $\frac{1}{B_o}$.

<u>Application au cas de la collision de deux faisceaux d'électrons.</u>

Considérons maintenant, un cas très voisin du précédent mais complètement symétrique, celui des ondes transversales liées à la collision de deux faisceaux d'électrons opposés. Comme précédemment, nous considérons un milieu neutre à trois assemblées : les deux faisceaux d'électrons et un gaz ionique tel que

$$\frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}} = \frac{2\omega_{pf}^2}{\omega_{ce}} .$$

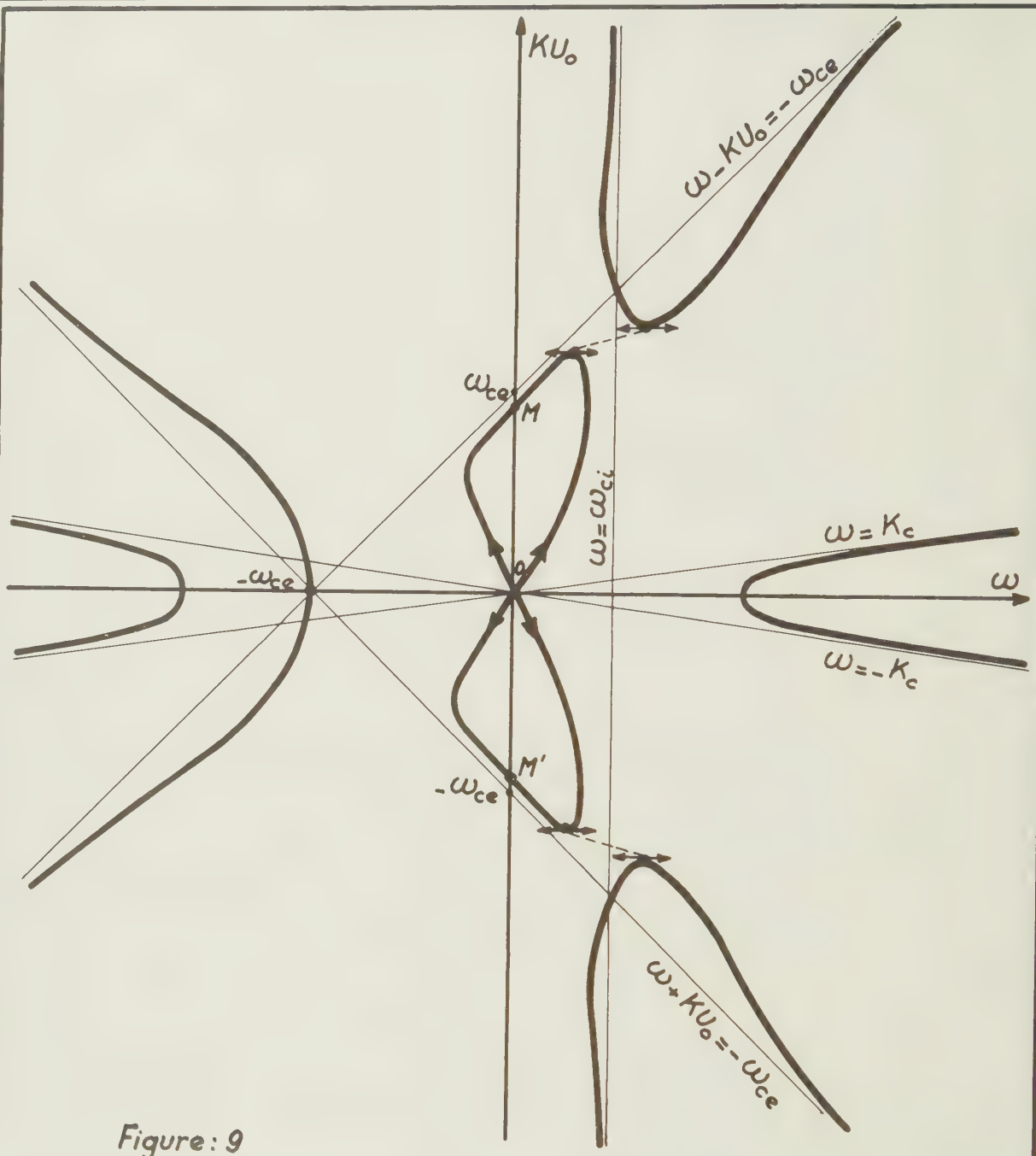


Figure : 9

COURBE DE DISPERSION DES ONDES TRANSVERSALES SE PROPAGEANT PARALLEMENT AU CHAMP MAGNETIQUE DANS UN SYSTEME DE DEUX FAISCEAUX NEUTRALISES. (Cas $\beta_{\parallel} < \frac{1}{2}$)

Dans ces conditions (21) s'écrit :

$$\omega^2 - c^2K^2 - \frac{\omega_{pi}^2\,\omega}{\omega - \omega_{ci}} - \frac{\omega_{pf}^2(\omega - KU_o)}{\omega - KU_o + \omega_{ce}} - \frac{\omega_{pf}^2(\omega + KU_o)}{\omega + KU_o + \omega_{ce}} = 0 \qquad (27)$$

Dans un tel système, la densité globale de courant est nulle, de telle sorte qu'aucune limitation de validité du modèle en milieu infini n'apparaît ici.

La figure 9 représente la courbe de dispersion qui admet pour asymptotes :

$$\begin{cases} \omega = \pm Kc \\ \omega - KU_o = -\omega_{ce} \\ \omega + KU_o = -\omega_{ce} \\ \omega = \omega_{ci} \end{cases}$$

Ici, aucune instabilité n'apparaît en général, au voisinage de l'origine, puisque le courant global est nul. Au voisinage de $\omega = 0$ la courbe présente un double lobe en forme de "huit" qui coupe l'axe vertical KU_o en deux points M et M' symétriques et d'ordonnée :

$$KU_o = \pm\,\omega_{ce}\,(1 - 2\beta_{//})^{1/2} \qquad (28)$$

Lorsque $2\beta_{//} > 1$, c'est-à-dire, lorsque la densité d'énergie dirigée des faisceaux devient supérieure à la densité d'énergie du champ magnétique, le "huit" n'est plus réel et une vaste zone instable apparaît dans tout le domaine hydromagnétique.

Lorsque $\beta_{//} < \frac{1}{2}$, le "huit" existe, la pente des tangentes à l'origine est donnée par :

$$\omega^2 = \frac{K^2 c^2 \left[1 - 2\beta_{//}\right]}{\left[1 + \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ci}^2} + \frac{2\,\omega_{pf}^2}{\omega_{ce}^2}\right]}$$

Lorsque $\beta_{//} \longrightarrow 0$ les deux tangentes viennent se confondre avec les deux droites $\omega = \pm Kc$ (ondes électromagnétiques dans le vide).

Lorsque $\beta_{//} \longrightarrow \frac{1}{2}$ les deux tangentes à l'origine se rapprochent de l'axe vertical $\omega = 0$ et simultanément le "huit" vient se confondre avec l'origine.

Evaluant comme précédemment la valeur du taux de croissance maximum $\mathcal{I}m(\omega^*)$ ainsi que $\mathcal{R}e(\omega^*)$ et $K^* U_o$, dans la plage de l'instabilité cyclotronique (ω_{ci}) lorsque $\underline{\beta_{//} \ll \frac{1}{2}}$, nous obtenons :

$$\begin{cases} \mathcal{I}m(\omega^*) = 2\,\dfrac{U_o^2}{c^2}\,\dfrac{\omega_{pf}\,\omega_{pi}}{\omega_{ce}^2}\sqrt{\omega_{ce}\,\omega_{ci}} \\[2ex] \mathcal{R}e(\omega^*) = \omega_{ci}\left(1 - \dfrac{\omega_{pi}^2}{\omega_{ce}^2}\,\dfrac{U_o^2}{c^2}\right) \\[2ex] K^* U_o = \omega_{ce} + \omega_{ci} - \dfrac{U_o^2}{c^2}\,\dfrac{\left(\omega_{pi}^2\,\omega_{ci} + \omega_{pf}^2\,\omega_{ce}\right)}{\omega_{ce}^2} \end{cases}$$

Lorsque $\beta_{//}$ est de l'ordre de $\frac{1}{2}$, ou supérieur à cette valeur, le résultat obtenu ci-dessus n'est plus valide, puisque nous n'avons plus $\frac{\omega_{ci} - \omega}{\omega_{ci}} \ll 1$. Une étude numérique de l'équation (27) a été faite dans ce cas. Les figures 10 et 11 représentent l'allure de la courbe de dispersion au voisinage de $\frac{\omega}{\omega_{ci}} = 1$ dans les cas $\beta_{//} = \frac{1}{4}$ et $\beta_{//} = \frac{1}{2}$ pour $\frac{U_o^2}{c^2} = 2 \cdot 10^{-2}$. La partie imaginaire de $\frac{\omega}{\omega_{ci}}$ dans la plage instable est également représentée sur ces courbes.

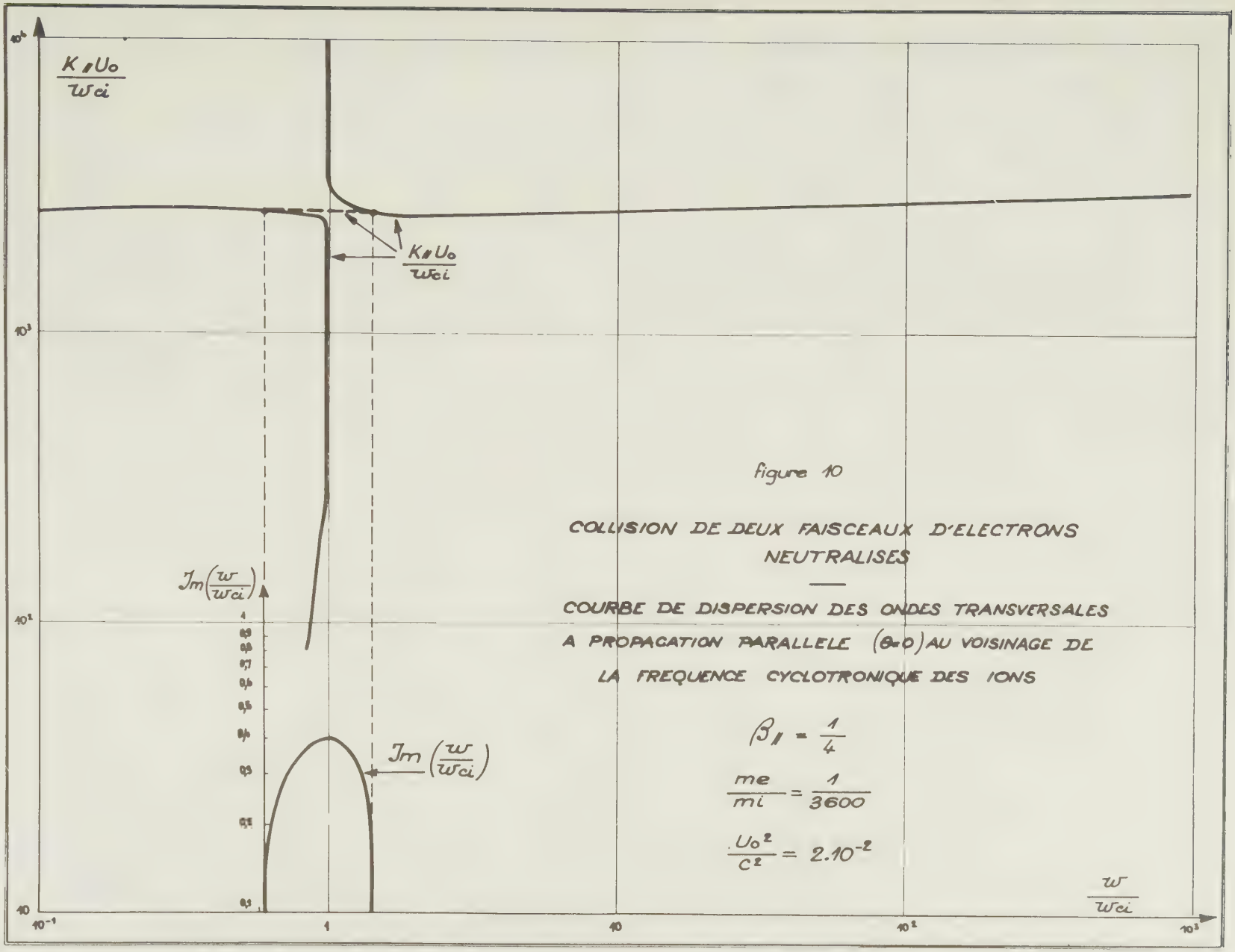


figure 10

COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS NEUTRALISES

COURBE DE DISPERSION DES ONDES TRANSVERSALES A PROPAGATION PARALLELE ($\theta = 0$) AU VOISINAGE DE LA FREQUENCE CYCLOTRONIQUE DES IONS

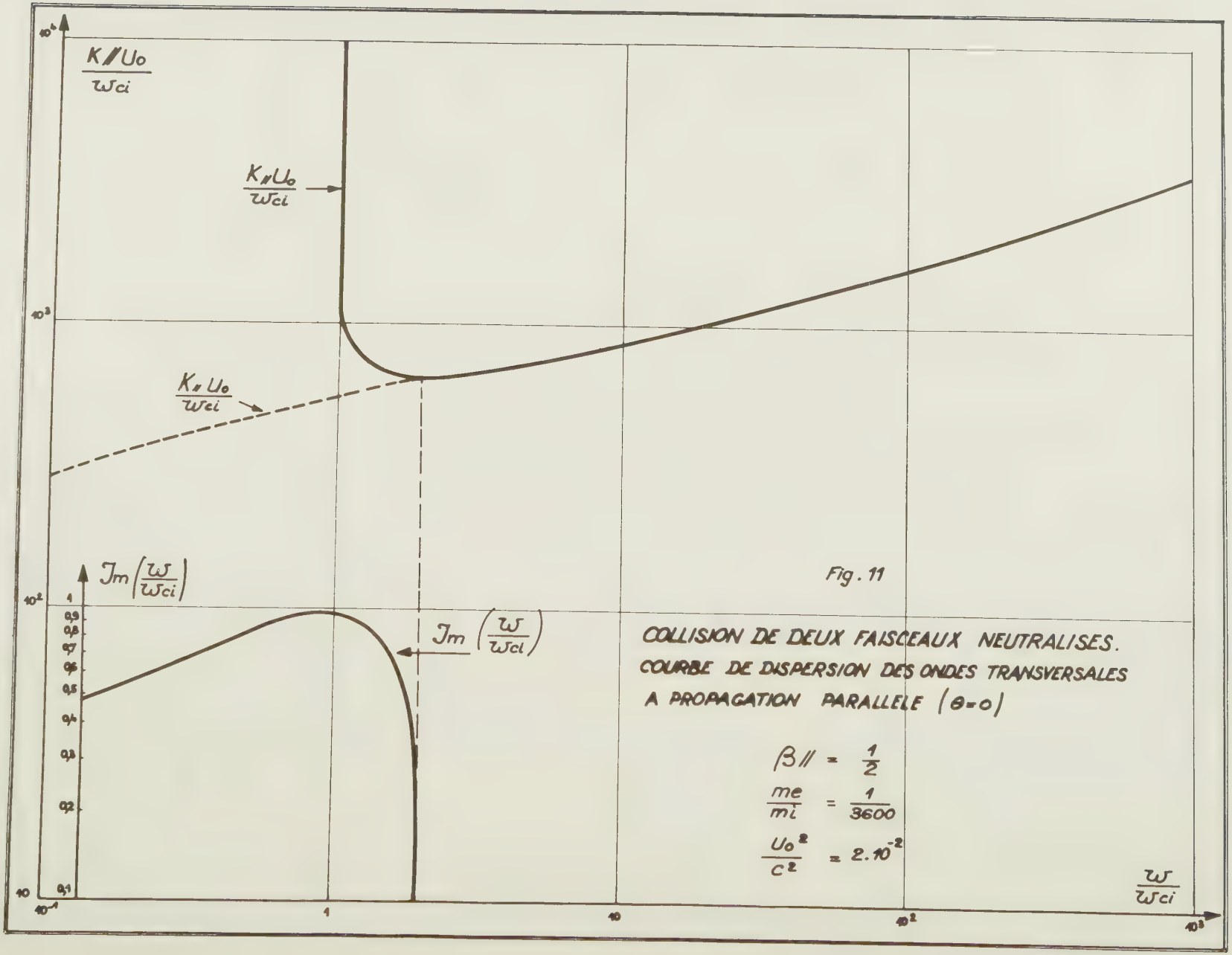


Fig. 11

COLLISION DE DEUX FAISCEAUX NEUTRALISES.
COURBE DE DISPERSION DES ONDES TRANSVERSALES
A PROPAGATION PARALLELE $(\theta = 0)$

$$\beta_{//} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{m_e}{m_i} = \frac{1}{3600}$$

$$\frac{U_0^2}{c^2} = 2.10^{-2}$$

Remarques :

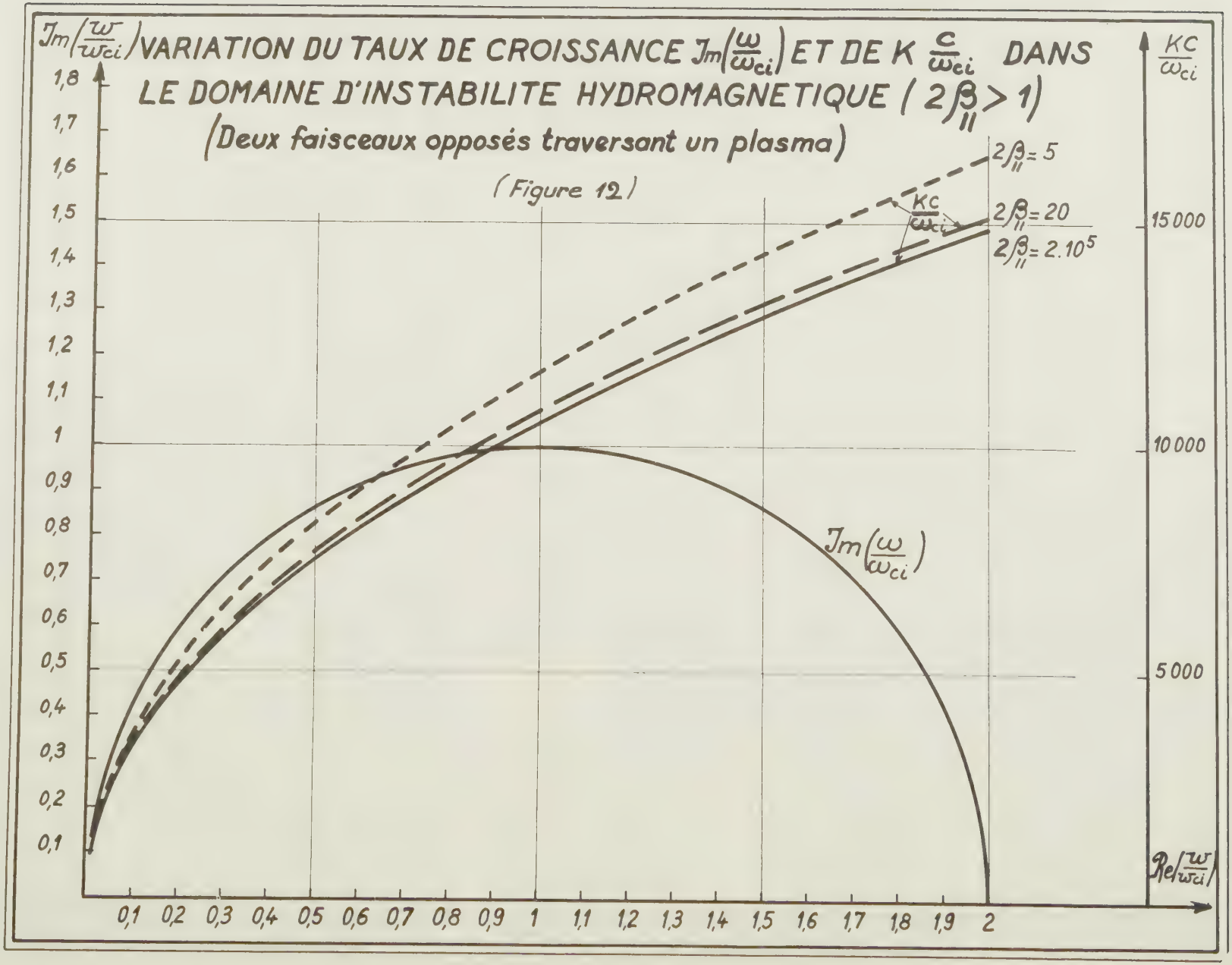
① - Le cas étudié ci-dessus (collision de deux faisceaux d'électrons) ne serait pas considérablement modifié par la présence d'un gaz électronique au repos. Ce serait le cas de la collision de deux faisceaux d'électrons dans un plasma. L'équation (29) comporterait un terme supplémentaire :

$$- \frac{\omega_{pe}^2 \, \omega}{\omega + \omega_{ce}}$$

dont l'influence serait faible puisque ce terme serait de l'ordre de ω_{pi}^2 dans le domaine des basses fréquences ($\omega \sim \omega_{ci}$).

La figure (12) représente les résultats d'une étude numérique du domaine d'instabilité, effectuée dans ce dernier cas pour plusieurs densités d'énergie : ($2\beta_{//} = 5,\ 20,\ 2 \cdot 10^5$). Ce calcul montre que le domaine d'instabilité s'étend de $\omega = 0$ à $\omega = 2\,\omega_{ci}$ et que le taux de croissance maximum apparaît pour $\mathcal{R}_e(\omega^*) = \omega_{ci}$; il a pour valeur $\mathcal{I}_m(\omega^*) = \omega_{ci}$.

② - Dans le cas de distributions de vitesses telles que celles qui ont été évoquées ci-dessus (collision de deux faisceaux d'électrons avec ou sans plasma), nous avons montré qu'il apparaît, en général, une onde instable polarisée circulairement (dont le sens de rotation est celui des ions, si l'instabilité est excitée par des faisceaux d'électrons). Pour des raisons de symétrie (si les deux faisceaux sont identiques), il doit apparaître en réalité deux ondes instables de même fréquence, mais de vitesses de phase opposées, comme le montre la courbe de dispersion (figure 8). Ces deux ondes ne sont pas couplées et sont donc excitées indépendamment l'une de l'autre. Dans l'approximation linéaire, nous pouvons appliquer le principe


VARIATION DU TAUX DE CROISSANCE $\mathcal{J}m\left(\frac{\omega}{\omega_{ci}}\right)$ ET DE $K\frac{c}{\omega_{ci}}$ DANS LE DOMAINE D'INSTABILITE HYDROMAGNETIQUE ($2\beta_{\parallel} > 1$)
(Deux faisceaux opposés traversant un plasma)
(Figure 12)
$\mathcal{J}m\left(\frac{\omega}{\omega_{ci}}\right)$
$\frac{KC}{\omega_{ci}}$
$2\beta_{\parallel} = 5$
$2\beta_{\parallel} = 20$
$2\beta_{\parallel} = 2.10^5$
$\mathcal{R}e\left(\frac{\omega}{\omega_{ci}}\right)$
1,8
1,7
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
15 000
10 000
5 000
0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9 1 1,1 1,2 1,3 1,4 1,5 1,6 1,7 1,8 1,9 2

de superposition et composer ces deux ondes progressives à polarisation circulaire. L'onde résultante possède des propriétés intéressantes. Pour les établir, désignons par $\vec{E}_d$, $\vec{B}_d$, $\vec{E}_i$, $\vec{B}_i$, $\vec{E}_r$, $\vec{B}_r$, les champs électriques et magnétiques respectivement de l'onde directe de vitesse de phase $\frac{\omega}{K}$, de l'onde inverse de vitesse de phase $-\frac{\omega}{K}$ et de l'onde résultante (onde stationnaire).

Formons le produit :

$$\vec{E}_r \times \vec{B}_r = (\vec{E}_d + \vec{E}_i) \times (\vec{B}_d + \vec{B}_i) = \vec{E}_d \times \vec{B}_d + \vec{E}_d \times \vec{B}_i + \vec{E}_i \times \vec{B}_d + \vec{E}_i \times \vec{B}_i$$

Or, nous avons

$$\vec{E}_d \times \vec{B}_d = \vec{E}_d \times (\frac{\vec{K}}{\omega} \times \vec{E}_d) = E_d^{\,2} \frac{\vec{K}}{\omega}$$

$$\vec{E}_i \times \vec{B}_i = \vec{E}_i \times (-\frac{\vec{K}}{\omega} \times \vec{E}_i) = -E_i^{\,2} \frac{\vec{K}}{\omega}$$

$$\vec{E}_d \times \vec{B}_i = \vec{E}_d \times (-\frac{\vec{K}}{\omega} \times \vec{E}_i) = -(\vec{E}_d \cdot \vec{E}_i) \frac{\vec{K}}{\omega}$$

$$\vec{E}_i \times \vec{B}_d = \vec{E}_i \times (\frac{\vec{K}}{\omega} \times \vec{E}_d) = (\vec{E}_d \cdot \vec{E}_i) \frac{\vec{K}}{\omega}$$

Si les deux ondes $\vec{E}_d$ et $\vec{E}_i$ ont même amplitude, le module de $\vec{E}_d$ et $\vec{E}_i$ est le même en tout point de l'axe oz et nous avons $E_d^2 = E_i^{\,2}$. Il en résulte que $\vec{E}_d \times \vec{B}_d + \vec{E}_i \times \vec{B}_i = 0$. De même $\vec{E}_d \times \vec{B}_i + \vec{E}_i \times \vec{B}_d = 0$. Par conséquent :

$$\boxed{\vec{E}_r \times \vec{B}_r = 0}$$

Lorsque deux ondes électromagnétiques polarisées circulairement, de même amplitude, de même sens de rotation, se propagent en

sens inverse avec la même vitesse de phase, l'onde résultante est une onde polarisée circulairement dont le champ électrique et le champ magnétique sont parallèles.

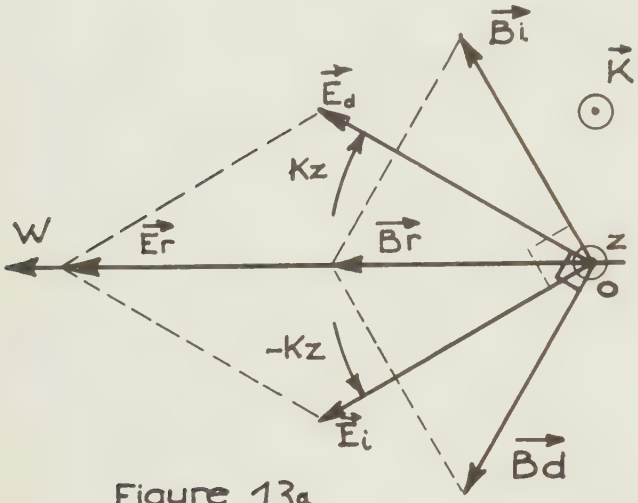


Figure 13a

La construction ci-contre illustre cette propriété. Si l'on considère le système d'ondes à un instant t, les vecteurs $\vec{E}_d$ et $\vec{E}_i$ seront en phase en un point o et la direction commune $\overrightarrow{ow}$ de $\vec{E}_d$ et $\vec{E}_i$ sera prise comme origine. En un point à une distance z, $\vec{E}_d$ aura tourné de l'angle Kz et $\vec{E}_i$ de $-Kz$, $\vec{E}_r$ sera donc parallèle à $\overrightarrow{ow}$ quel que soit z, de même $\vec{B}_r$. $\vec{E}_r$ et $\vec{B}_r$ sont donc dans le plan π défini par les axes $\overrightarrow{oz}$, $\overrightarrow{ow}$ et forment un système d'ondes stationnaires à polarisation circulaire représenté figure 14. Au cours du temps, le plan π tourne autour de $\overrightarrow{oz}$ sans déformation de la figure.

Afin de comparer la structure du champ électromagnétique d'un tel système d'ondes stationnaires avec celle d'une onde progressive polarisée circulairement, nous avons représenté figure 15 ce dernier cas.

La densité de courant dans le système d'ondes stationnaires est donnée par:

$$\mu_o \vec{J}_r = \mu_o (\vec{J}_d + \vec{J}_i) = i\vec{K} \times (\vec{B}_d - \vec{B}_i) = i\vec{K} \times \left[\frac{\vec{K}}{\omega} \times \vec{E}_d - \left(-\frac{\vec{K}}{\omega} \times \vec{E}_i\right) \right]$$

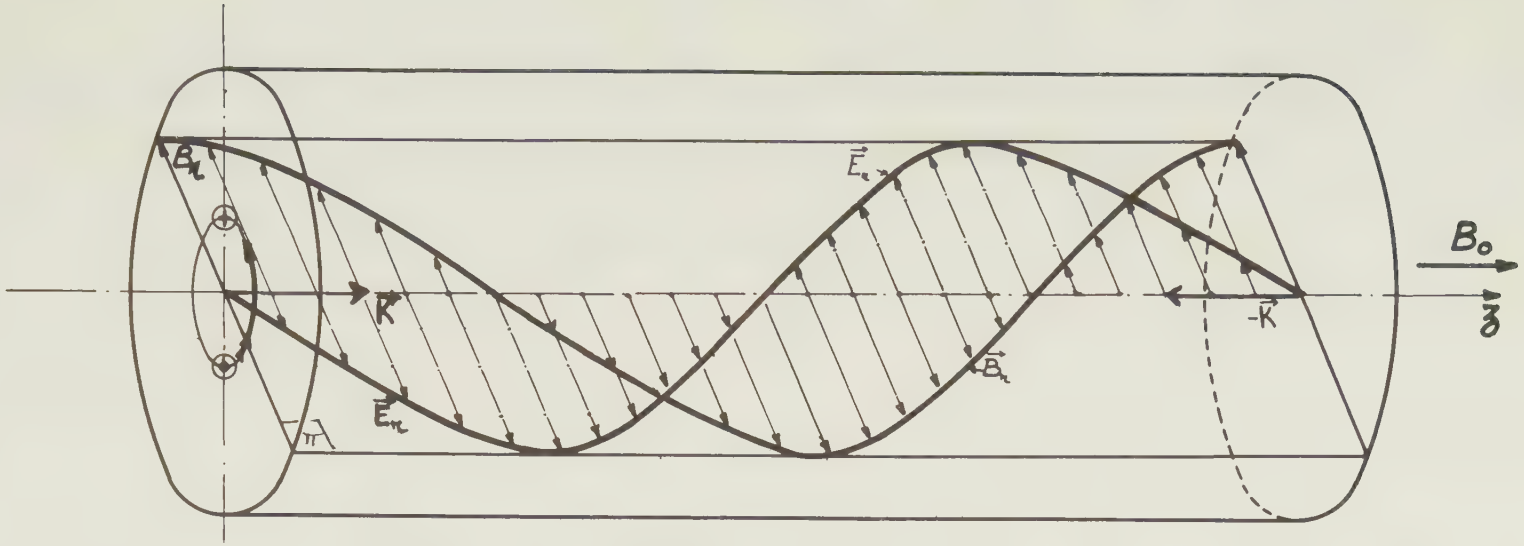


Figure N° 14

STRUCTURE DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE
DANS UN SYSTEME D'ONDES STATIONNAIRES A POLARISATION CIRCULAIRE

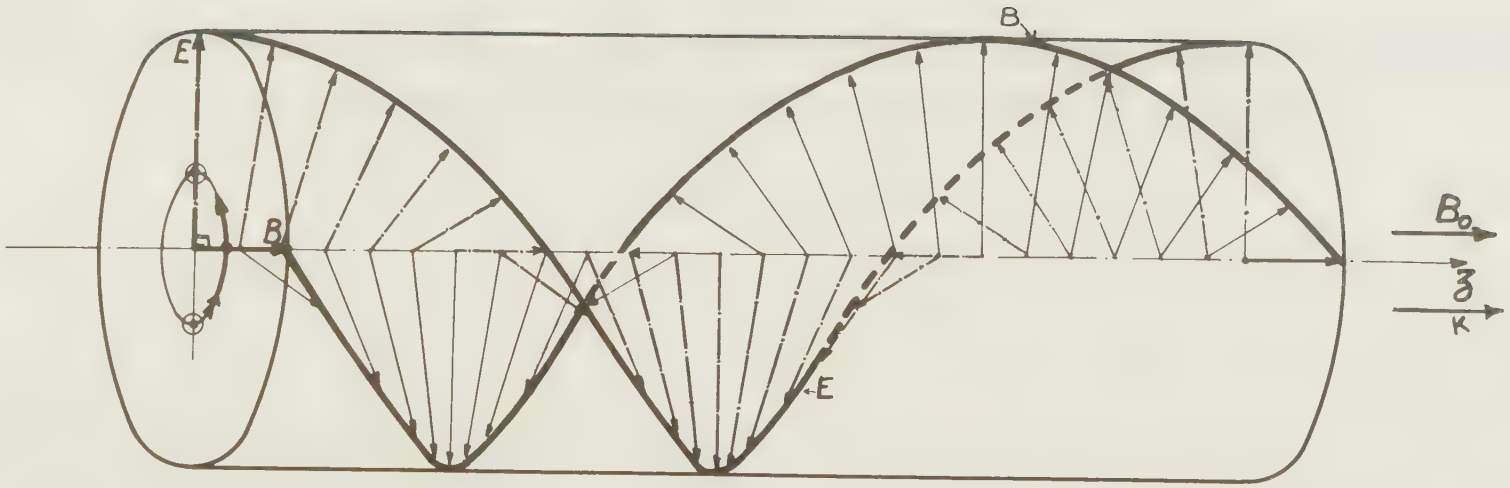


Figure N° 15

STRUCTURE DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE
DANS UNE ONDE PROGRESSIVE A POLARISATION CIRCULAIRE

c'est-à-dire :

$$\mu_o \vec{J}_r = - i\left(\frac{K^2}{\omega}\right) \vec{E}_r \quad .$$

La structure de l'onde de courant s'obtient donc à partir de $\vec{E}_r$ en effectuant une rotation de $\frac{\pi}{2}$ au plan π .

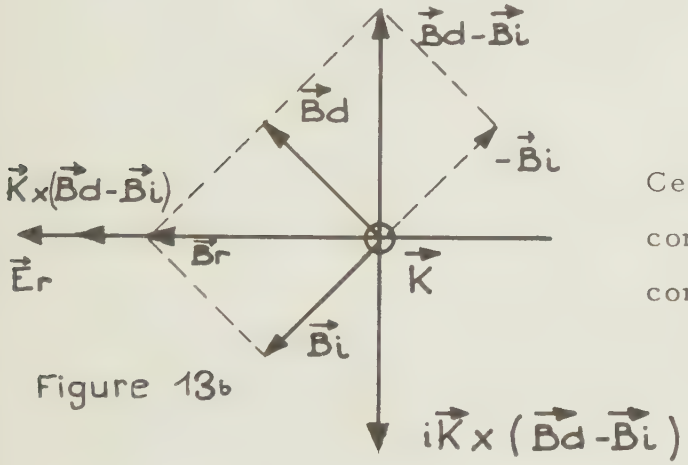


Figure 13b

Ce dernier résultat est évident si l'on considère la construction graphique ci-contre.

3 - Les mécanismes d'excitation d'ondes cyclotroniques décrits ci-dessus ne semblent pas, hélas, permettre l'espoir d'une application au chauffage des ions d'un plasma. Les longueurs d'onde auxquelles nous sommes conduits par la théorie ci-dessus sont, en général, très faibles ($\lambda \# \frac{U_o}{F_{ce}}$) et correspondent, dans la zone d'intérêt pour les réactions de fusion, à un amortissement cyclotronique élevé. Une théorie tenant compte des effets de température devient alors nécessaire. La zone dans laquelle l'hypothèse de température nulle reste valide, est déterminée par la longueur d'onde minimum des ondes cyclotroniques, évaluée par Stix [15 - p. 196] :

$$\frac{2\pi}{\lambda_s} = K_s = \frac{\pi^{1/6}\,\omega_{ci}^{1/3}\,\omega_{pi}^{2/3}}{c^{2/3}\,U_{thi}^{1/3}}$$

(U_{thi} = vitesse d'agitation thermique des ions).

La longueur d'onde excitée doit être supérieure à λ_s ce qui se traduit par la condition :

$$\boxed{\frac{U_o}{c} > \frac{1}{\pi^{1/6}} \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{2/3} \left(\frac{\omega_{ce}}{\omega_{pe}}\right)^{2/3} \left(\frac{U_{thi}}{c}\right)^{1/3}} \qquad (30$$

(si $\omega_{pe} \gg \omega_{pf}$).

Puisque $\frac{U_o}{c}$ doit être inférieur à l'unité, (30) détermine une région de paramètres très restreinte, dans laquelle la théorie ci-dessus reste valide. Ainsi, dans le cas d'un plasma de deutérium $\left(\frac{m_i}{m_e} = 3.700\right)$ (30) conduit à la condition :

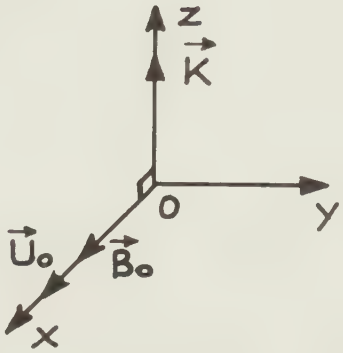
$$\frac{\omega_{ce}}{\omega_{pe}} < \frac{6 \cdot 10^{-2}}{E_{thi}^{1/4}}$$

(E_{thi} en eV).

8 - Champ magnétique non nul, propagation transverse $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Lorsque $\theta = \frac{\pi}{2}$, le terme $K_{/\!/} U_o$ est nul, de telle sorte que les éléments de $\vec{\vec{R}}$ s'écrivent :

$$
\left\{
\begin{aligned}
R_{xx} &= -c^2K^2\left(1 - \sum \frac{U_o^2}{c^2} \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2}\right) + \omega^2 - \sum \omega_p^2 \\
R_{xy} &= iKc \sum \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} \cdot \frac{U_o}{c} \\
R_{xz} &= \omega Kc \sum \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \cdot \frac{U_o}{c} \\
R_{yy} &= \omega^2 - c^2K^2 + \omega^2 \sum \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \\
R_{yz} &= i\omega \sum \frac{\omega_p^2 \ \omega_c}{\omega_c^2 - \omega^2} \\
R_{zz} &= \omega^2 \left[1 + \sum \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2 - \omega^2}\right]
\end{aligned}
\right. \qquad (31)
$$



Pour un système de p faisceaux, $|R| = 0$ est donc une équation du 4ème degré, bicarrée en K et de degré $6 + 6p$ en ω. Il sera donc possible en résolvant en K, de tracer la courbe de dispersion d'un système multifaisceaux pour $\theta = \frac{\pi}{2}$. Notons que des simplifications supplémentaires apparaîtront dans les systèmes multifaisceaux symétriques pour lesquels la présence simultanée de faisceaux de vitesse U_o et $-U_o$, rendra nuls les termes R_{xy} et R_{xz}. $|R| = 0$ se met alors sous la forme :

$$
R_{xx} \begin{vmatrix} R_{yy} & R_{yz} \\ R_{zy} & R_{zz} \end{vmatrix} = 0
$$

Il en résulte un découplage identique à celui que nous connaissons dans le cas d'un plasma en l'absence de faisceaux et qui conduit à :

1° - une onde hybride dont le champ électrique est dans le plan oy , oz et dont l'équation de dispersion s'écrit :

$$R_{yy} R_{zz} - R_{yz} R_{zy} = 0$$

c'est-à-dire :

$$-\frac{c^2K^2}{\omega^2}\left[1+\sum\frac{\omega_p^2}{\omega_c^2-\omega^2}\right]+\left[1+\sum\frac{\omega_p^2}{\omega_c^2-\omega^2}\right]^2-\frac{1}{\omega^2}\left[\sum\frac{\omega_p^2\,\omega_c}{\omega_c^2-\omega^2}\right]^2=0 \qquad (32)$$

Cette équation ne fait pas intervenir la vitesse des faisceaux, ce qui s'explique par le fait qu'aucun effet Doppler sur les fréquences n'apparaît dans ce cas, puisque la propagation de l'onde est perpendiculaire à la vitesse des faisceaux. Cette onde hybride possède, en particulier les mêmes fréquences de résonance qu'en l'absence de faisceaux, celles-ci étant définies par :

$$1+\sum\frac{\omega_p^2}{\omega_c^2-\omega^2} = 0$$

Si toutes les assemblées sont des électrons, nous retrouvons la fréquence hybride habituelle : $\omega^2 = \omega_c^2 + \sum\omega_p^2$.

2° - Une onde "ordinaire" (suivant la terminologie d'Allis). Cette onde est purement transversale et possède un champ électrique parallèle à ox . Cette onde a pour équation de dispersion :

$$R_{xx} = 0$$

c'est-à-dire :

$$\omega^2 - c^2K^2 \quad 1 - \sum \beta_{//} \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_c^2}} - \sum \omega_p^2 = 0$$

A cette onde sont associées des résonances liées à la présence des faisceaux et qui disparaissent lorsque les densités d'énergie sont suffisamment faibles , on retrouve alors l'équation habituelle de l'onde ordinaire dans un plasma : $\omega^2 - c^2K^2 - \sum \omega_p^2 = 0$.

Dans le cas de deux faisceaux opposés, nous obtenons :

$$\omega^4 - \omega^2 (c^2K^2 + \omega_c^2 + 2\omega_{pf}^2) + 2\omega_{pf}^2\omega_c^2 + c^2K^2\omega_c^2 \left[1 - 2 \beta_{//}\right] = 0$$

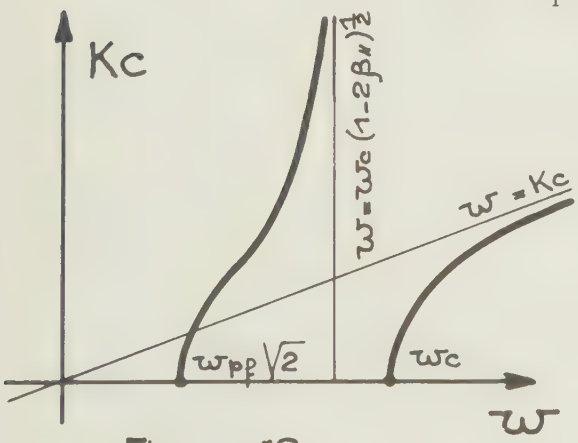


Figure 16

qui conduit à la courbe de dispersion ci-contre (pour $\omega_{pf} < \omega_{ce}$).

Cette courbe ne présente pas de plage permettant de trouver des valeurs complexes de ω pour K réel.

9 - Propagation oblique, ondes quasi-électrostatiques.

Dans le cas d'un angle de propagation quelconque ($\theta \neq 0$, $\theta \neq \frac{\pi}{2}$), les termes non diagonaux R_{xy} , R_{xz} et R_{yz} ne sont pas nuls ; la discussion de l'équation de dispersion devient alors très complexe et de nouvelles approximations apparaissent nécessaires.

Puisque dans le cas de la propagation parallèle, les instabilités de nature électrostatique possèdent les taux de croissance les plus élevés, nous nous proposons de chercher dans le cas de la propagation oblique, s'il existe encore des ondes électrostatiques, c'est-à-dire, des ondes possédant un champ électrique très sensiblement parallèle à la direction de propagation : $E_z \gg E_x$ et $E_z \gg E_y$. Les deux premières équations du système $\vec{\vec{R}} \cdot \vec{E} = 0$ permettant d'évaluer les rapports $\frac{E_z}{E_x}$ et $\frac{E_z}{E_y}$:

$$\frac{E_z}{E_x} = -\frac{R_{xx}}{R_{xz}} \frac{\left[1 - \frac{R_{yx} R_{xy}}{R_{xx} R_{yy}}\right]}{\left[1 - \frac{R_{yz} R_{xy}}{R_{xz} R_{yy}}\right]}$$

$$\frac{E_z}{E_y} = -\frac{R_{yy}}{R_{yz}} \frac{\left[1 - \frac{R_{xy} R_{yx}}{R_{xx} R_{yy}}\right]}{\left[1 - \frac{R_{xz} R_{yx}}{R_{xx} R_{yz}}\right]} \qquad (33)$$

Les quantités entre crochets seront en général de l'ordre de l'unité, de telle sorte que l'existence d'ondes électrostatiques ne sera possible que si:

$$|R_{xx}| \gg |R_{xz}| \qquad \text{et} \qquad |R_{yy}| \gg |R_{yz}|$$

Ces conditions seront d'une façon générale satisfaites pour des ondes très lentes : $\frac{\omega}{K} \ll c$.

Le terme c^2K^2 sera alors un terme dominant et le système $\left|\vec{\vec{R}}\right| = 0$, pour les ondes "quasi-électrostatiques" se réduit à :

$$\begin{cases} c^2K^2 \gg |R_{xz}| \\ c^2K^2 \gg |R_{yz}| \\ R_{zz} = 0 \end{cases}$$

Les deux premières inéquations définissent des zones en général très étroites au voisinage des valeurs $\omega - K_{/\!/} U_o = 0$ et $\omega - K_{/\!/} U_o = \pm \omega_c$, à l'intérieur desquelles il n'est pas possible de trouver de solution "quasi-électrostatiques". $R_{zz} = 0$ représente l'équation de dispersion de ces ondes "quasi-électrostatiques", c'est-à-dire :

$$\omega^2 \left[1 - \sum \frac{\omega_p^2 \cos^2\theta}{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2} - \sum \frac{\omega_p^2 \sin^2\theta}{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2 - \omega_c^2} \right] = 0 \qquad (34)$$

<u>Remarques.</u>

(1) Nous pouvons écrire l'équation de propagation du champ électrique sous la forme :

$$(\omega^2 - c^2K^2)(\vec{E}_\perp + \vec{E}_{/\!/}) + c^2K^2\vec{E}_{/\!/} + 4\pi i\omega\,\vec{\vec{\sigma}} \cdot (\vec{E}_\perp + \vec{E}_{/\!/}) = 0$$

Puisque nous nous intéressons au cas $\left|\vec{E}_{/\!/}\right| \gg \left|\vec{E}_\perp\right|$, cette équation se réduit à :

$$\omega^2 \vec{E}_{/\!/} + 4\pi i\omega\,\vec{\vec{\sigma}} \cdot \vec{E}_{/\!/} = 0 \quad .$$

La signification physique de cette expression est évidente; elle montre en effet, que la solution "quasi-électrostatique" correspond à une égalité du courant de conduction et du courant de déplacement, ce qui était

prévisible puisque :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}_1 = \mu_o \vec{J}_1 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \neq 0$$

(2) Dans un plasma de densité infiniment faible $(\omega_p \to 0)$, cette solution se ramène à $\omega = 0$, c'est-à-dire à l'électrostatique proprement dite.

(3) Lorsque $\theta \to 0$, l'équation de dispersion (34) tend vers l'équation bien connue des ondes électrostatiques, discutée plus haut :

$$1 - \sum \frac{\omega_p^2}{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2} = 0 .$$

Lorsque $\theta \to \frac{\pi}{2}$, cette équation prend la forme :

$$1 - \sum \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} = 0 .$$

Elle admet pour solutions les valeurs de fréquences correspondant résonances hybrides, notamment :

$$\omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2$$

dans le cas d'un plasma électronique.

On retrouve ainsi la propriété bien connue du champ électrique d'être purement longitudinal aux résonances hybrides.

Application au cas d'un faisceau d'électrons.

Considérons le cas particulièrement simple d'un milieu neutre dont les électrons possèdent la vitesse de translation U_o et dont les ions sont supposés infiniment lourds. Les ondes "quasi-électrostatiques" pouvant se propager dans ce milieu sont définies par l'équation de dispersion :

$$1 - \frac{\omega_p^2 \cos^2\theta}{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2} - \frac{\omega_p^2 \sin^2\theta}{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2 - \omega_{ce}^2} = 0 \qquad (35)$$

et par les deux inéquations :

$$\left| R_{xz} \right| \ll c^2 K^2$$

$$\left| R_{yz} \right| \ll c^2 K^2$$

Ces deux inéquations sont discutées plus loin et se ramènent, en pratique, à la triple condition : $U_o \ll c$, $\frac{\omega}{K} \ll c$ et $\beta_{/\!/} \ll 1$. Ainsi, l'approximation "quasi-électrostatique" sera parfaitement justifiée pour l'étude des ondes lentes portées par des faisceaux d'électrons possédant une énergie de quelques KeV $\left(\frac{U_o}{c} \neq \frac{1}{10} \right)$. Dans le cas de faisceaux ioniques, cette approximation aura un domaine de validité encore beaucoup plus étendu. L'équation (35) définit quatre valeurs de $\omega - K_{/\!/} U_o$, ce qui détermine quatre modes d'oscillation quasi-électrostatiques.

En effet (35) se met sous la forme :

$$(\omega - K_{/\!/} U_o)^4 - (\omega - K_{/\!/} U_o)^2 (\omega_p^2 + \omega_{ce}^2) + \omega_p^2 \, \omega_{ce}^2 \cos^2\theta = 0 \qquad (36)$$

Les quatre solutions sont représentées par un faisceau de quatre droites parallèles dans le plan $(\omega, K_{/\!/} U_o)$:

$$\omega - K_{/\!/} U_o = \pm \omega_a$$

$$\omega - K_{/\!/} U_o = \pm \omega_b$$

$\pm \omega_a$ et $\pm \omega_b$ désignant les solutions de (36). Suivant les cas, ces valeurs prendront la forme :

Si $\omega_p \ll \omega_{ce}$:

$$\left.\begin{aligned} \omega_a &\# \omega_p \cos\theta \\ \omega_b &\# \sqrt{\omega_{ce}^2 + \omega_p^2 \sin^2\theta} \end{aligned}\right\} \qquad (37)$$

Si $\omega_p \gg \omega_{ce}$:

$$\left.\begin{aligned} \omega_a &\# \omega_{ce} \cos\theta \\ \omega_b &\# \sqrt{\omega_p^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2\theta} \end{aligned}\right\} \qquad (38)$$

Si $\omega_p \# \omega_{ce}$:

posons $\omega_p = \omega_{ce} (1 + \alpha)$, $\alpha \ll 1$

il vient :

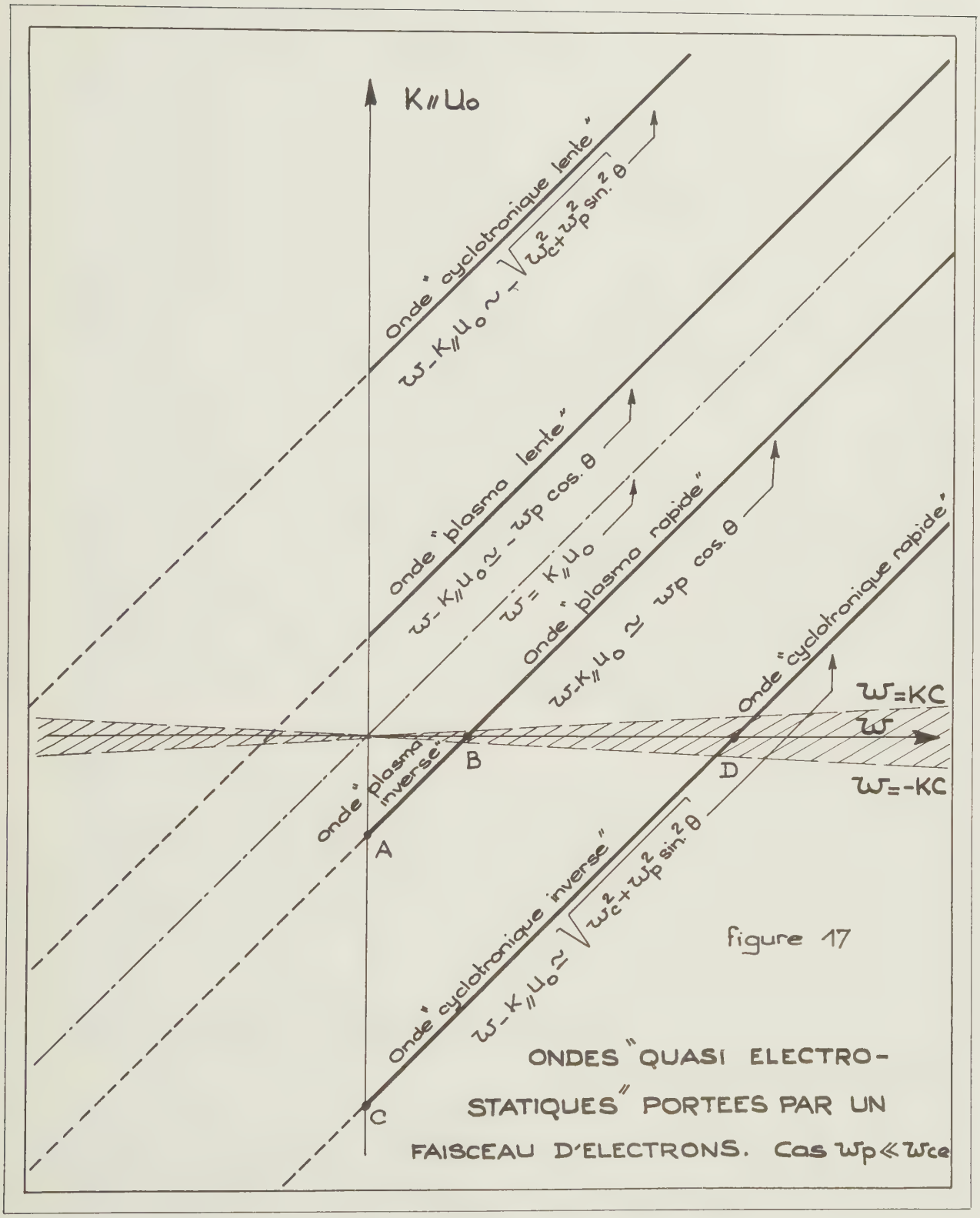


figure 17

ONDES "QUASI ELECTRO-STATIQUES" PORTEES PAR UN FAISCEAU D'ELECTRONS. Cas $\omega_p \ll \omega_{ce}$

$$\left.\begin{aligned} \omega_a &\# \omega_{ce}\left[(1+\alpha)(1+\sin\theta)\right]^{1/2} \\ \omega_b &\# \omega_{ce}\left[(1+\alpha)(1-\sin\theta)\right]^{1/2} \end{aligned}\right\} \qquad (39)$$

Dans les expériences décrites aux chapitres suivants, nous aurons, en général, $\omega_p \ll \omega_{ce}$, de telle sorte que ce seront les expressions (37) qui devront être utilisées. La figure 17 représente le diagramme de dispersion dans ce cas. Nous appellerons modes "plasma" les deux droites $\omega - K_{/\!/} U_o = \pm \omega_p \cos\theta$ et modes "cyclotroniques" les deux droites $\omega - K_{/\!/} U_o = \pm \sqrt{\omega_{ce}^2 + \omega_p^2 \sin^2\theta}$. Comme dans le cas étudié page 38, il est possible, suivant le rapport de la vitesse de phase à la vitesse du faisceau, de définir une onde "plasma" et une onde "cyclotronique" rapides. Remarquons enfin que les segments AB et CD représentent des ondes dont la vitesse de phase est opposée à la vitesse de groupe, ces modes seront donc appelés "onde plasma inverse" et "onde cyclotronique inverse". Lorsque $\omega_p \gg \omega_{ce}$ les modes $\omega - K_{/\!/} U_o = \pm \omega_{ce} \cos\theta$ seront les modes "cyclotroniques" et les deux modes $\omega - K_{/\!/} U_o = \pm \sqrt{\omega_p^2 + \omega_{ce}^2 \sin^2\theta}$ seront les deux modes "plasma. Ces quatre solutions sont bien connues des spécialistes de tubes hyper-fréquences à faisceaux d'électrons et ont été étudiées théoriquement notamment par Trivelpiece et Gould [59] et par Pierce [29].

Condition de validité de l'approximation "quasi-électrostatique" dans le cas d'un faisceau.

Comme il l'a été montré plus haut, le domaine de validité de l'approximation est défini par les deux inéquations :

$$c^2 K^2 \gg \left| R_{xz} \right|$$

$$c^2 K^2 \gg \left| R_{yz} \right|$$

R_{xz} étant une somme de deux termes, la première inéquation sera vérifiée si nous avons simultanément :

$$c^2 K^2 \gg \left| - \frac{\omega_p^2 \, \omega_c^2 \cos\theta \, \sin\theta}{(\omega - K_{/\!/} U_o)^2 \left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/} U_o)^2\right]} \right| \qquad (40)$$

et

$$c^2 K^2 \gg \left| \frac{\omega_p^2 \, \omega K_{/\!/} U_o \, \mathrm{tg}\,\theta}{\left[\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/} U_o)^2\right]} \right| \qquad (41)$$

la condition $c^2 K^2 \gg \left| R_{yz} \right|$ s'écrit :

$$c^2 K^2 \gg \left| \frac{\omega_p^2 \, \omega \, \omega_c \sin\theta}{\omega_c^2 - (\omega - K_{/\!/} U_o)^2} \right| \qquad (42)$$

En remplaçant le signe $\gg$ par le signe $=$ dans les expressions ci-dessus, nous obtenons un système de six équations, dont les courbes représentatives sont tracées figures 18 à 20. Ces courbes sont très voisines des droites $K_{/\!/} U_o = 0$, $\omega - K_{/\!/} U_o = 0$, et $\omega - K_{/\!/} U_o = \pm \omega_{ce}$. Elles définissent, au voisinage de ces droites, des zones fermées à l'intérieur desquelles les trois inéquations (40), (41) et (42) ne sont pas satisfaites simultanément. En s'écartant suffisamment de ces bandes (habituellement très étroites), les conditions de validité sont alors satisfaites et l'approximation "quasi-électrostatique" devient justifiée. Cherchons un critère simple pour exprimer que les points de la courbe de dispersion doivent

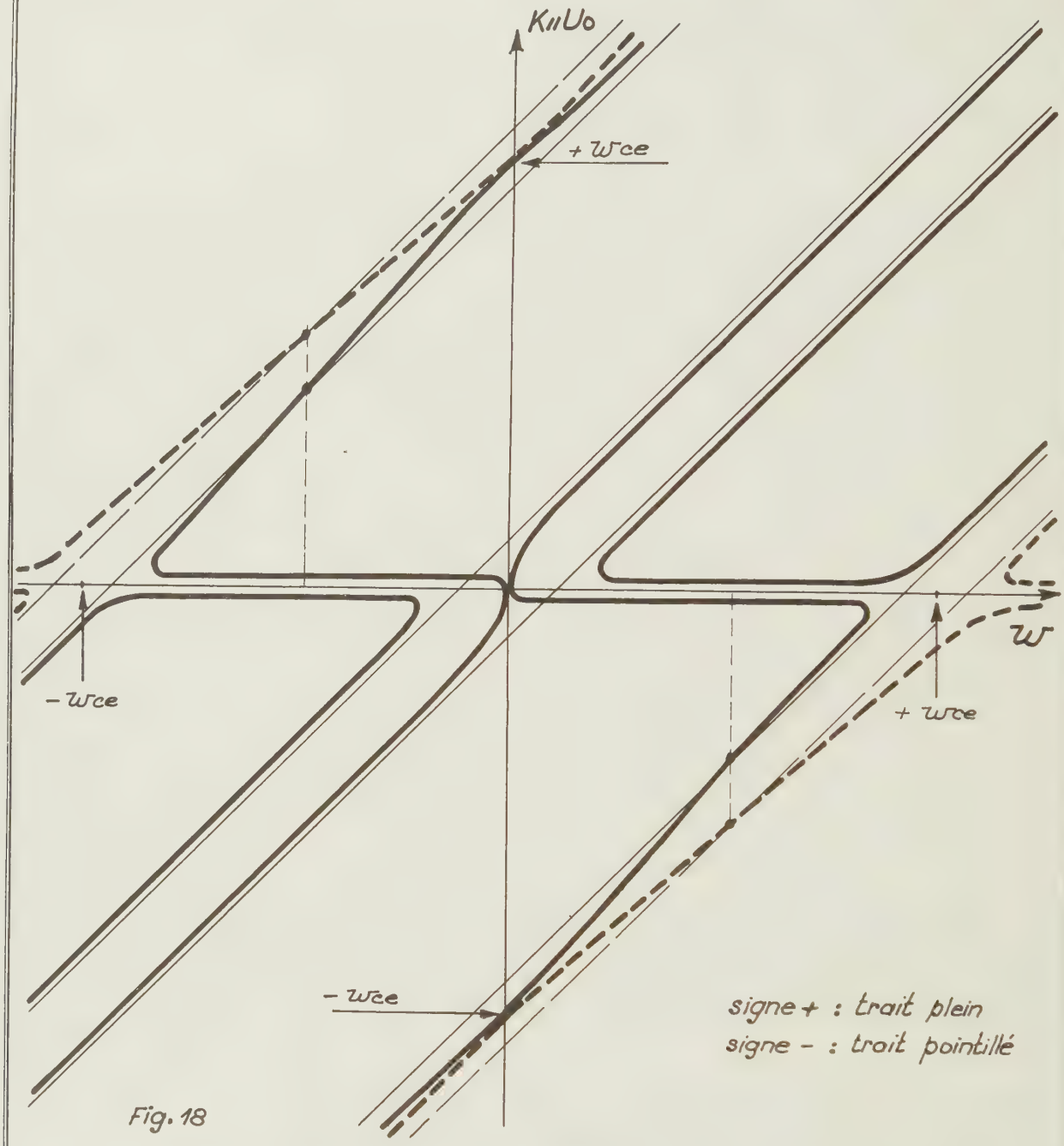


Fig. 18

COURBES REPRESENTATIVES DES FONCTIONS

$$K_{\parallel}^2 U_0^2 = \pm \frac{U_0^2}{C^2} \frac{\omega_p^2 \omega_{ce}^2 \omega^2 \cos^3\theta \sin\theta}{(\omega - K_{\parallel}U_0)^2 \left[\omega_{ce}^2 - (\omega - K_{\parallel}U_0)^2\right]}$$

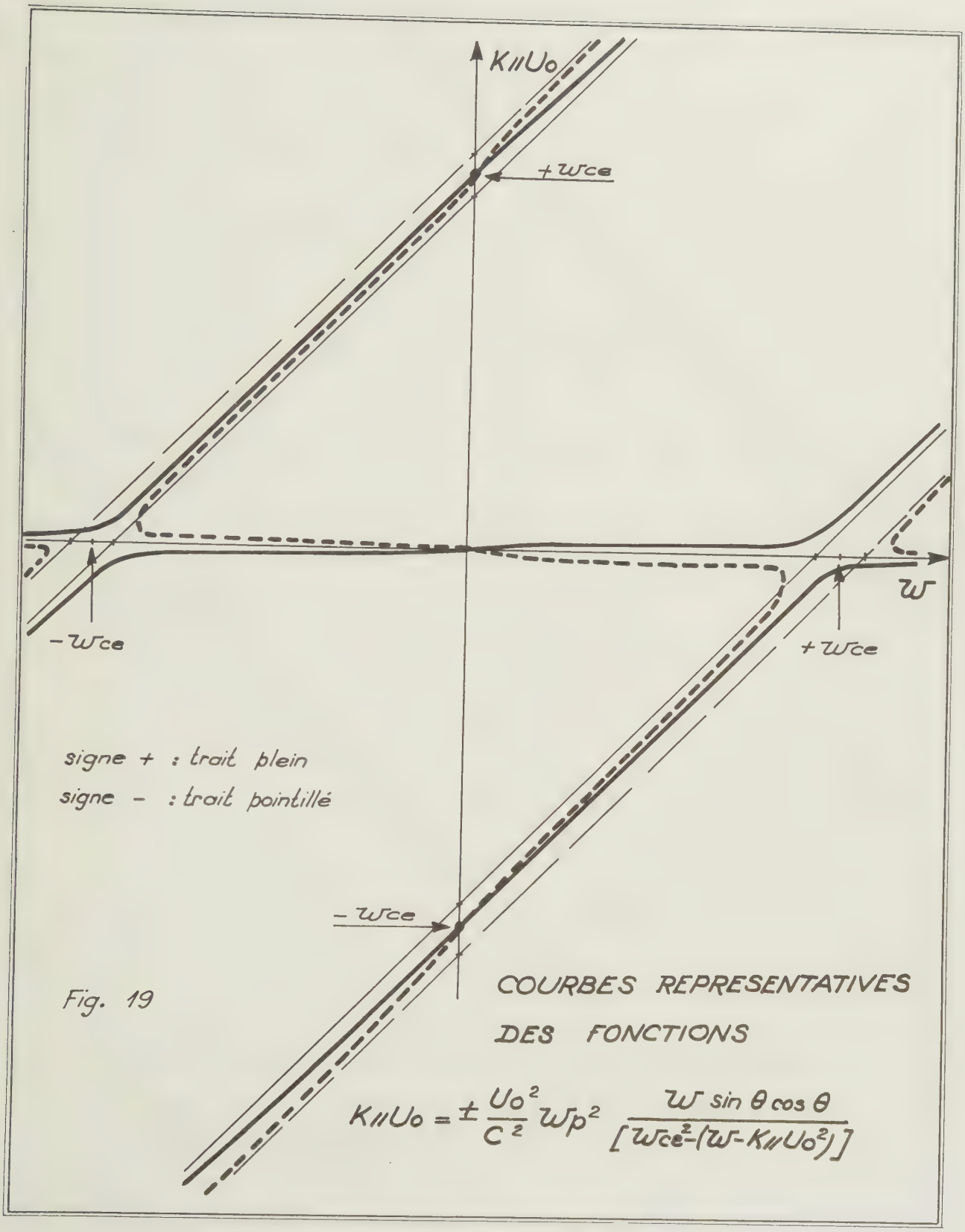


Fig. 19

COURBES REPRESENTATIVES DES FONCTIONS

$$K_{//}U_0 = \pm \frac{U_0^2}{C^2}\,\omega_p^2\,\frac{\omega \sin\theta\cos\theta}{\left[\omega_{ce}^2-(\omega-K_{//}U_0^2)\right]}$$

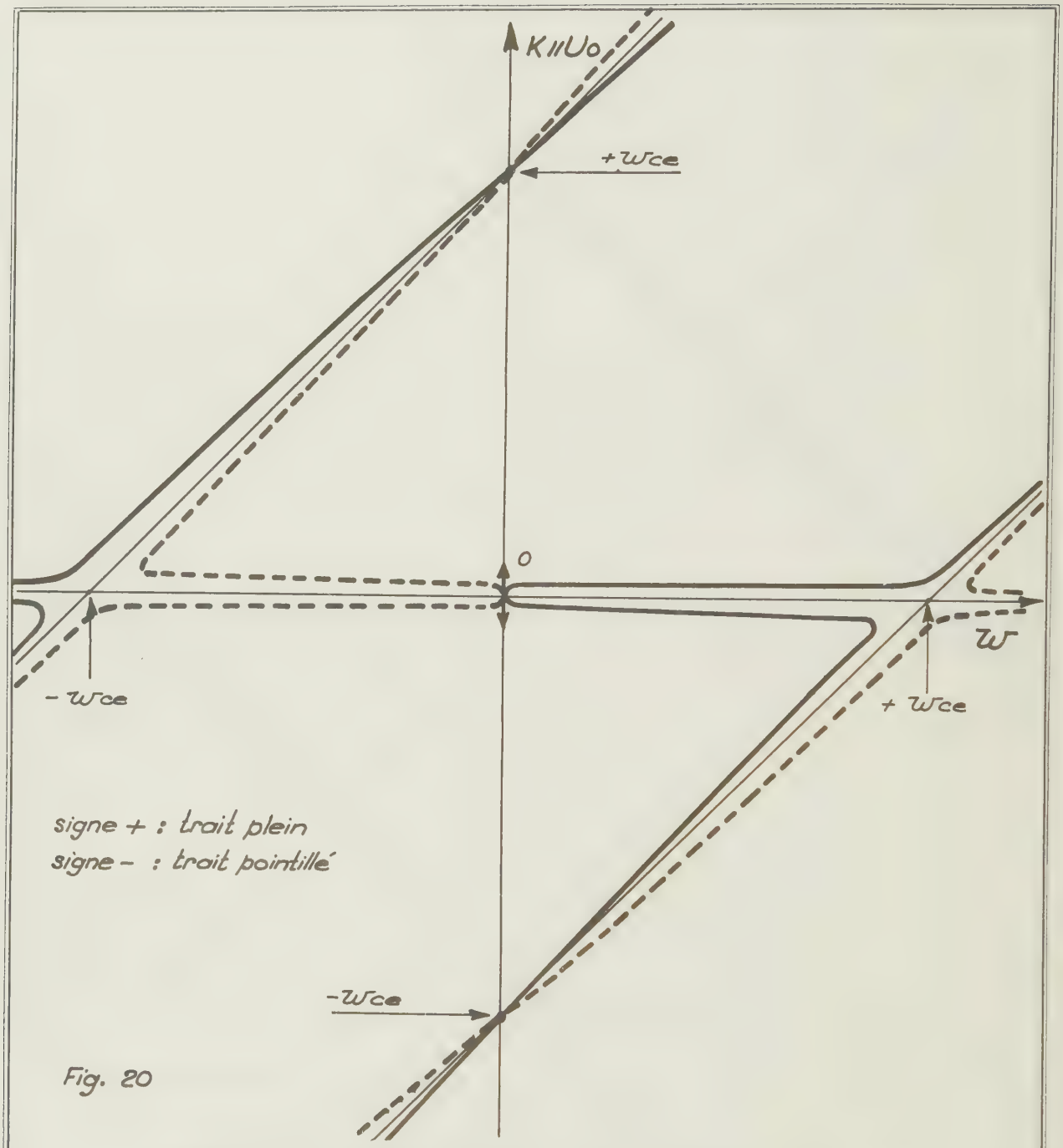


Fig. 20

COURBES REPRESENTATIVES DES FONCTIONS

$$K^2_{//}U_o^2 = \pm \frac{U_o^2}{C^2}\,\omega_p^2\,\frac{\omega\,\omega_{ce}\sin\theta\cos^2\theta}{[\omega_{ce}^2-(\omega-K_{//}U_o^2)]}$$

se trouver en dehors des bandes interdites. Ces bandes sont de trois sortes :

a - bande située le long de la droite $\omega = K_{/\!/} U_o$:

Seul le premier terme de R_{xz} définit une telle bande (fig.18). Sa largeur est de l'ordre de :

$$\omega - K_{/\!/} U_o = \frac{U_o}{c} \omega_p \cos^{3/2}\theta \sin^{1/2}\theta \quad .$$

Il faut que l'onde "quasi-électrostatique" $\omega - K_{/\!/} U_o = \omega_a$ soit en dehors de cette bande.

Lorsque $\omega_p < \omega_{ce}$, nous avons $\omega_a \# \omega_p \cos\theta$, de telle sorte que la condition se ramène à :

$$\boxed{\frac{U_o}{c} \ll 1} \quad .$$

Lorsque $\omega_p > \omega_{ce}$, $\omega_a \# \omega_{ce} \cos\theta$ et la condition s'écrit :

$$\omega_p \frac{U_o}{c} \ll \omega_{ce}$$

que l'on peut écrire encore :

$$\boxed{\beta_{/\!/} \ll 1} \quad .$$

La densité d'énergie dirigée du faisceau doit être très inférieure à la densité d'énergie magnétique. Cette restriction, toutefois, ne porte que sur l'onde "cyclotronique" et non sur l'onde "plasma".

b - bandes situées le long des droites $\omega - K_{/\!/} U_o = \pm \omega_{ce}$:

Pour le premier terme de R_{xz} nous obtenons deux bandes interdites dont la largeur est de l'ordre de

$$\delta_1 = \frac{\omega_p^2}{\omega_{ce}} \frac{U_o^2}{c^2} \frac{\omega^2}{K_{/\!/}^2 U_o^2} \cos^3\theta \sin\theta \quad .$$

Pour le deuxième terme de R_{xz} , nous obtenons

$$\delta_2 = \frac{\omega_p^2}{\omega_{ce}} \frac{U_o^2}{c^2} \sin\theta \cos\theta \quad .$$

Le terme R_{xz} définit une bande de largeur :

$$\delta_3 = \omega_p^2 \frac{U_o^2}{c^2} \frac{K_{/\!/} U_o + \omega_{ce}}{K_{/\!/}^2 U_o^2} \sin\theta \cos^2\theta \quad .$$

Ces quantités doivent être très inférieures à $\frac{\omega_p^2}{\omega_{ce}} \sin\theta$ si $\omega_p < \omega_{ce}$ et à ω_{ce} si $\omega_p > \omega_{ce}$. Nous sommes donc ramenés à satisfaire :

$$\frac{U_o}{c} \ll 1 \quad \text{et} \quad \beta_{/\!/} = \frac{\omega_p^2}{\omega_{ce}^2} \frac{U_o^2}{c^2} \ll 1 \; .$$

c - bandes situées le long de l'axe horizontal $K_{/\!/} U_o = 0$:

Les largeurs de ces bandes, définies par les deux premiers termes de R_{xz} et par R_{yz} , sont respectivement :

$$\Delta_1 = \omega_p \frac{U_o}{c} \cos^{3/2}\theta \sin\theta$$

$$\Delta_2 = \frac{\omega_p^2}{\omega_{ce}} \frac{U_o^2}{c^2} \sin\theta \cos\theta \quad ,$$

$$\Delta_3 = \omega_p \frac{U_o}{c} \sin^{1/2}\theta \cos\theta \quad .$$

Il est possible de remarquer que pour des fréquences de l'ordre de ω_p ou ω_{ce} situées à l'intérieur de l'angle compris entre les deux droites : $\omega = \pm K c$, c'est-à-dire $K_{/\!/} U_o = \pm \omega \frac{U_o}{c} \cos\theta$ (sauf peut-être au voisinage immédiat de l'origine), de telle sorte que la condition de validité s'exprime simplement :

$$\boxed{\omega^2 \ll K^2 c^2}$$

En résumé, les conditions de validité sont :

$$\begin{cases} \frac{U_o}{c} \ll 1 & \text{(faisceaux lents)} , \\ \beta_{/\!/} \ll 1 & \text{(densité d'énergie dirigée faible)}, \\ \frac{\omega^2}{K^2 c^2} \ll 1 & \text{(ondes lentes)} . \end{cases}$$

Dans le cas d'un plasma au repos $\frac{U_o}{c} = 0$ et $\beta_{/\!/} = 0$, il ne reste plus qu'une seule condition de validité :

$$\omega^2 \ll c^2 K^2 .$$

Remarquons, à ce propos, qu'une étude comparative des modes d'oscillation d'un plasma froid dans un guide cylindrique a été faite d'une façon ri-

goureuse et d'après l'approximation quasi-électrostatique par Camus et Le Mézec [62]. Leurs résultats montrent que des divergences appréciables entre les deux calculs, n'apparaissent effectivement que pour les ondes rapides : $\omega^2 \sim c^2K^2$.

Ondes "quasi-électrostatiques" dans un système de deux faisceaux d'électrons.

Considérons maintenant un système de deux faisceaux de vitesses U_{o_1} et U_{o_2} et de fréquences propres ω_{p_1} et ω_{p_2}. Les indices 1 et 2 pourront être ultérieurement remplacés par p et f lorsque l'on conviendra d'appeler une assemblée plasma et l'autre faisceau.

Si nous nous limitons encore à l'étude des oscillations de fréquence élevée, nous pouvons négliger le mouvement des ions et l'équation de dispersion du système s'écrit :

$$1 - \frac{\omega_{p_1}^2 \cos^2\theta}{(\omega - K_{//}U_{o_1})^2} - \frac{\omega_{p_1}^2 \sin^2\theta}{(\omega - K_{//}U_{o_1})^2 - \omega_{ce}^2} - \frac{\omega_{p_2}^2 \cos^2\theta}{(\omega - K_{//}U_{o_2})^2} - \frac{\omega_{p_2}^2 \sin^2\theta}{(\omega - K_{//}U_{o_2})^2 - \omega_{ce}^2} = 0 \qquad (43)$$

Il est intéressant d'écrire (43) en introduisant les solutions de l'équation de dispersion de chaque faisceau pris isolément, c'est-à-dire, les valeurs ω_{a_1}, ω_{b_1}, ω_{a_2} et ω_{b_2} définies par l'équation bicarrée (36). Il vient alors :

$$\frac{\left[(\omega - K_{//}U_{o_1})^2 - \omega_{a_1}^2\right]\left[(\omega - K_{//}U_{o_1})^2 - \omega_{b_1}^2\right]}{(\omega - K_{//}U_{o_1})^2\left[(\omega - K_{//}U_{o_1})^2 - \omega_{ce}^2\right]} + \frac{\left[(\omega - K_{//}U_{o_2})^2 - \omega_{a_2}^2\right]\left[(\omega - K_{//}U_{o_2})^2 - \omega_{b_2}^2\right]}{(\omega - K_{//}U_{o_2})^2\left[(\omega - K_{//}U_{o_2})^2 - \omega_{ce}^2\right]} = 1$$

(44)

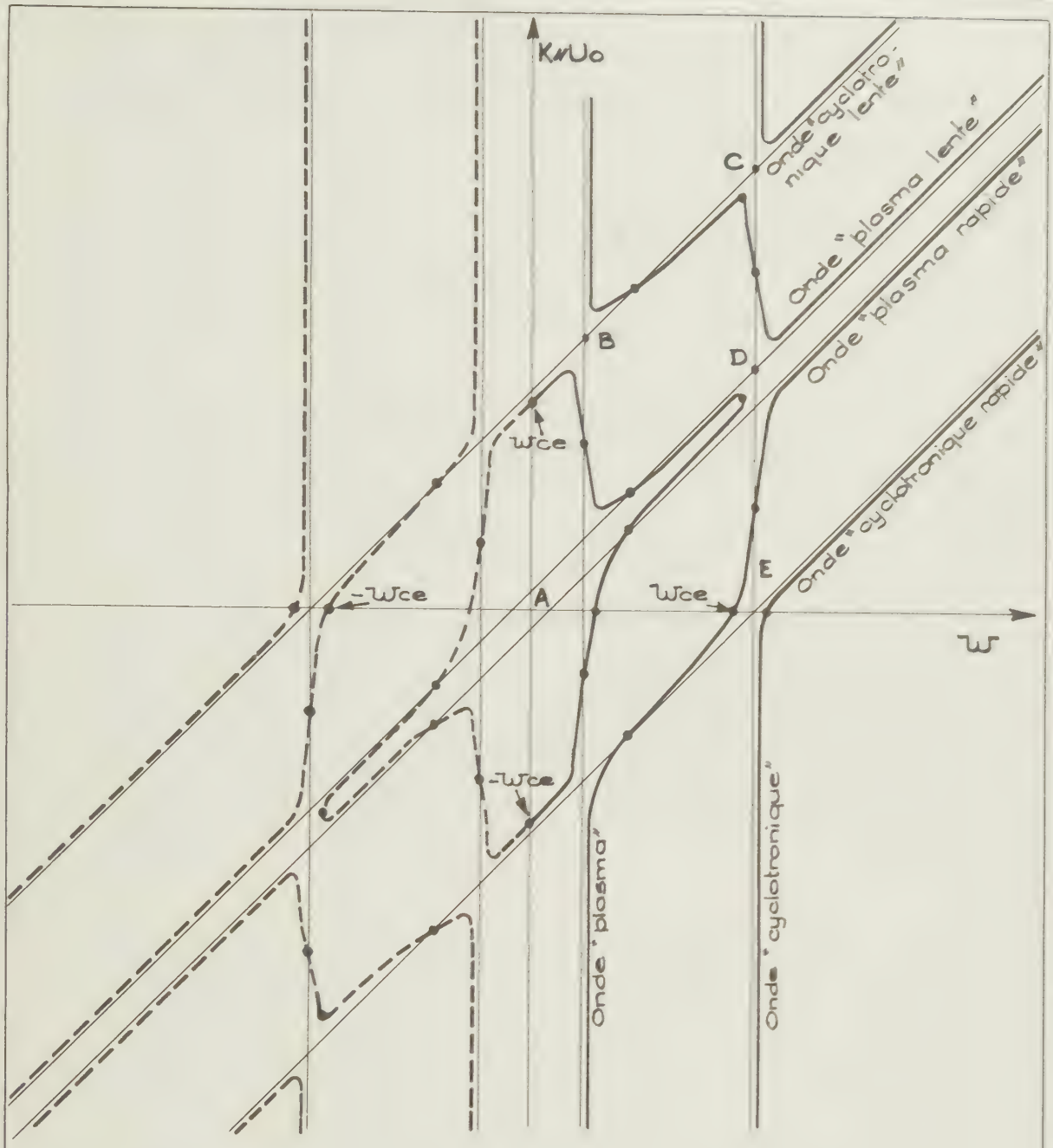


Figure 21

COURBE DE DISPERSION POUR UN FAISCEAU TRAVERSANT UN PLASMA

$\omega p < \omega ce$

La courbe de dispersion dans le plan $(\omega, K_{/\!/} U_o)$ admet huit asymptotes qui ne sont autres que les droites représentant les quatre modes de chaque faisceau :

$$\left.\begin{aligned} \omega - K_{/\!/} U_{o_1} &= \pm \omega_{a_1} \\ \omega - K_{/\!/} U_{o_1} &= \pm \omega_{b_1} \\ \omega - K_{/\!/} U_{o_2} &= \pm \omega_{a_2} \\ \omega - K_{/\!/} U_{o_2} &= \pm \omega_{b_2} \end{aligned}\right\} \qquad (45)$$

La figure (21) représente la courbe de dispersion d'un système faisceau d'électrons-plasma $(U_{o_1} = U_o \quad , \quad U_{o_2} = 0)$. Elle a été tracée dans le cas de fréquences "plasma" inférieures à la fréquence cyclotronique des électrons $(\omega_p < \omega_{ce})$. On distingue quatre zones instables qui seront intitulées conformément à la terminologie de rapports précédents (55) (57) :

A - zone d'instabilité "plasma-plasma", autour du point de couplage de l''onde "plasma" lente du faisceau et de l'onde "plasma" du plasma. Ce mécanisme constitue la classique interaction électrostatique double-faisceau qui existerait également en l'absence de champ magnétique et qui a été discutée plus haut.

B - Zone d'instabilité "cyclotron-plasma" autour du point de couplage de l'onde "cyclotronique lente" du faisceau et de l'onde "plasma" du plasma.

C - Zone d'instabilité "cyclotron-cyclotron" au voisinage du point de couplage de l'onde "cyclotronique lente" du faisceau et de l'onde "cyclotronique" du plasma.

D - Zone d'instabilité "plasma-cyclotron" au voisinage du point de couplage de l'onde "plasma lente" du faisceau et de l'onde "cyclotronique" du plasma.

La figure 22 représente la courbe de dispersion d'un système symétrique de deux faisceaux d'électrons ($\omega_{p1} = \omega_{p2}$, $U_{o1} = U_{o2}$). Cette courbe présente une grande analogie avec le cas précédent (courbe 21) et l'on y retrouve, sans difficulté, les mêmes plages d'instabilité.

L'une des modifications par rapport au cas précédent est apportée par la symétrie du système : les interactions A et C sont vues maintenant dans le système du laboratoire à une fréquence nulle et seule reste dans le domaine des hautes fréquences , l'interaction "plasma-cyclotron" (D). Il est facile de vérifier que lorsque $\omega_p \ll \omega_{ce}$, ce point a sensiblement pour coordonnées :

$$(D) \begin{cases} \omega = \dfrac{\omega_{ce}}{2} , \\ K_{/\!/} U_o = \dfrac{\omega_{ce}}{2} . \end{cases}$$

Pour cette raison, la situation de deux faisceaux opposés est particulièrement intéressante, puisqu'elle permettra de réaliser une expérience dans laquelle les mécanismes C et D apparaissent à des fréquences différentes et sont donc identifiables, alors que, dans le cas du faisceau-plasma, ils apparaissent sensiblement à la même fréquence et ne peuvent pas

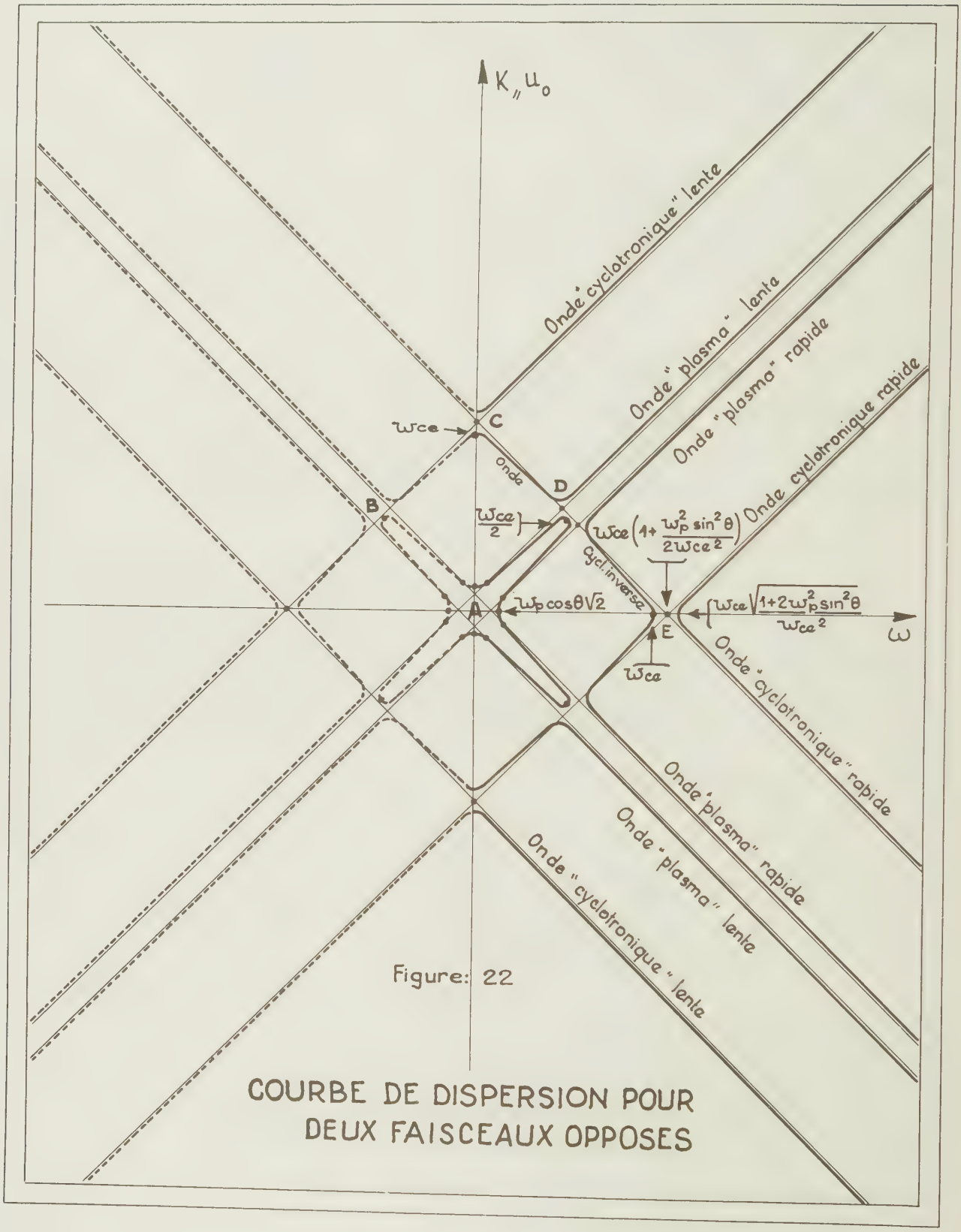


Figure: 22

COURBE DE DISPERSION POUR DEUX FAISCEAUX OPPOSES

être distingués d'une façon simple.

Evaluation du taux de croissance des instabilités dans un système de deux faisceaux.

Comme précédemment, nous nous proposons d'évaluer le taux de croissance des différentes instabilités, c'est-à-dire, calculer $\mathcal{I}m(\omega)$ dans la zone instable entourant les points de couplage A , B , C , D . En toute rigueur, cette évaluation est difficile, étant donné le degré élevé (8ème degré en ω et $K_{//}$) de l'équation (44). Il sera néanmoins possible dans la plupart des cas, d'abaisser le degré de cette équation en transportant l'origine des coordonnées au point de couplage (ou très près) et en effectuant un développement limité de (44) au voisinage de cette nouvelle origine. Il est commode, pour cela, d'introduire les variables sans dimensions :

$$\Omega_s = \frac{\omega}{\omega_{ce}} \qquad \Omega_{a_1} = \frac{\omega_{a_1}}{\omega_{ce}} \qquad \Omega_{a_2} = \frac{\omega_{a_2}}{\omega_{ce}}$$

$$K_s = \frac{K_{//} V_o}{\omega_{ce}} \qquad \Omega_{b_1} = \frac{\omega_{b}}{\omega_{ce}} \qquad \Omega_{b_2} = \frac{\omega_{b_2}}{\omega_{ce}}$$

$$\gamma = - \frac{U_{o_1}}{V_o}$$

$$\gamma - 1 = - \frac{U_{o_2}}{V_o}$$

V_o est la vitesse relative des deux faisceaux : $V_o = U_{o_2} - U_{o_1}$. Soit M_o le point de couplage considéré. Il est déterminé par un couple de valeurs Ω_1 et Ω_2 telles que $\Omega_1 = \Omega_{a_1}$ ou Ω_{b_1} et $\Omega_2 = \Omega_{a_2}$ ou Ω_{b_2}.

Le choix de l'interaction se fait en fixant un tel couple de valeurs. Ainsi, dans le cas $\omega_p \ll \omega_{ce}$, en se reportant à (37), il est facile de vérifier que l'interaction "plasma-plasma" correspondrait à

$$\Omega_1 = -\Omega_{a1} \quad , \qquad \Omega_2 = +\Omega_{a2} \quad ,$$

l'interaction "plasma-cyclotron" correspondrait à

$$\Omega_1 = -\Omega_{a1} \quad , \qquad \Omega_2 = +\Omega_{b2} \quad ,$$

l'interaction "cyclotron-cyclotron" à

$$\Omega_1 = -\Omega_{b1} \quad , \qquad \Omega_2 = +\Omega_{b2} \quad .$$

Nous laisserons cependant Ω_1 et Ω_2 dans l'équation de dispersion sans préciser les valeurs exactes, ce qui aurait pour effet de limiter le calcul au cas d'une seule interaction.

Les coordonnées de M_o s'obtiennent en prenant l'intersection des deux droites :

$$\begin{cases} \Omega_s + \gamma K_s = \Omega_1 \\ \Omega_s + (\gamma - 1) K_s = \Omega_2 \end{cases} \tag{46}$$

d'où

$$M_o \begin{cases} K_o = \Omega_1 - \Omega_2 \\ \Omega_o = \Omega_1 (1 - \gamma) + \gamma \Omega_2 \end{cases} \tag{47}$$

Effectuons le changement d'origine :

$$\begin{cases} \Omega_s = \Omega_o + \delta \\ K_s = K_o + \nu \end{cases} \tag{48}$$

L'équation (44) s'écrit alors en prenant pour nouvelles variables ν et δ :

$$\frac{\left[(\Omega_1+\delta+\gamma\nu)^2-\Omega_{a_1}^2\right]\left[(\Omega_1+\delta+\gamma\nu)^2-\Omega_{b_1}^2\right]}{(\Omega_1+\delta+\gamma\nu)^2\left[(\Omega_1+\delta+\gamma\nu)^2-1\right]}+\frac{\left[\left[\Omega_2+\delta+(\gamma-1)\nu\right]^2-\Omega_{a_2}^2\right]\left[\left[\Omega_2+\delta+(\gamma-1)\nu\right]^2-\Omega_{b_2}^2\right]}{\left[\Omega_2+\delta+(\gamma-1)\nu\right]^2\left[\left[\Omega_2+\delta+(\gamma-1)\nu\right]^2-1\right]}=1 \tag{49}$$

Il suffit maintenant de développer (49) en δ et ν (δ et $\nu \ll 1$) en ne conservant que les termes significatifs.

Dans le cas de l'interaction "plasma-plasma", un développement au 4ème ordre est en général nécessaire. Le cas de cette interaction, lorsque le champ magnétique est très fort $(\omega_p \ll \omega_{ce})$, se ramène d'ailleurs au cas traité plus lorsque le champ magnétique est nul, en effet lorsque $\omega - K_{/\!/}U_{o_1} \sim \omega_p \cos\theta$ et $\omega_p \ll \omega_{ce}$, (43) se réduit à :

$$1 - \frac{\omega_{p_1}^2 \cos^2\theta}{(\omega - K_{/\!/}U_{o_1})^2} - \frac{\omega_{p2}^2 \cos^2\theta}{(\omega - K_{/\!/}U_{o_2})^2} = 0$$

Cette équation de dispersion a été discutée en l'absence de champ magnétique, avec cependant une légère différence puisque maintenant les fréquences plasma sont multipliées par $\cos\theta$ alors qu'en l'absence de champ

magnétique l'angle de propagation n'intervenait qu'au dénominateur dans le terme $K_{/\!/}U_o$. Dans le cas présent, l'interaction "plasma-plasma" présente donc un maximum d'instabilité dans la direction $\theta = 0$ et un taux de croissance nul pour $\theta = \frac{\pi}{2}$. Pour θ quelconque ce taux de croissance admet pour valeur, d'après ce qui a été vu plus haut :

$$\mathcal{I}m(\omega^*) = \omega_{p2}\cos\theta \; \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\omega_{p1}}{2\omega_{p2}}\right)^{1/3} \qquad \text{si} \quad \omega_{p_1} \ll \omega_{p_2}$$

$$\mathcal{I}m(\omega^*) = \frac{\omega_{p1}}{2}\cos\theta \qquad \text{si} \quad \omega_{p_1} = \omega_{p_2}$$

Dans le cas des interactions autres que l'interaction "plasma-plasma", il suffira, en général, de s'arrêter à l'ordre 2 en δ et ν , de telle sorte que la courbe de dispersion sera assimilable à une hyperbole dans la zone entourant le point de couplage. Entre les deux sommets de l'hyperbole, la partie imaginaire de la fréquence, c'est-à-dire le taux de croissance, décrira une ellipse en fonction de $K_{/\!/}U_o$. Le calcul des différents taux de croissance a été effectué par l'auteur dans un certain nombre de cas Ce calcul a été repris depuis par Chen, qui a obtenu une expression du taux de croissance maximal, indépendante du mécanisme d'interaction considéré et dont la validité est liée à la possibilité de se limiter à un développement du 2ème ordre en δ et ν .Pour le détail de ce calcul et l'établissement des conditions de validité, nous renvoyons le lecteur au rapport de Chen [57] dont les résultats sont en accord avec ceux que nous avions obtenus précédemment [55].

Les valeurs des différents taux de croissance obtenus à l'aide de l'approximation quasi-électrostatique dans le cas d'un système double-faisceau sont rassemblés dans le tableau I. Il est à remarquer que l'ap-

TABLEAU I

TAUX DE CROISSANCE MAXIMUM DES DIFFERENTES INSTABILITES D'UN SYSTEME DOUBLE FAISCEAU

(APPROXIMATION Q. ES.)

Position de ω_{ce} par rapport aux fréquences plasma	Type d'interaction onde du faisceau onde du plasma	$\mathrm{Im}\ \omega^*$	Ordre du développement	Conditions supplémentaires de validité
$\omega_p \ll \omega_{ce}$; $\omega_{pf} \ll \omega_{ce}$	cyclotron - cyclotron	$\frac{1}{2}\frac{\omega_p \omega_{pf}}{\omega_{ce}} \sin^2\theta$	2^e	aucune
	plasma - cyclotron	$\frac{1}{2}\omega_p \sin\theta \sqrt{\frac{\omega_{pf}\cos\theta}{\omega_{ce}}}$	2^e	$\omega_p \ll 4\sqrt{\frac{\omega_{pf}\omega_{ce}\cos\theta}{\sin\theta}}$
	Cyclotron - plasma	$\frac{1}{2}\omega_{pf} \sin\theta \sqrt{\frac{\omega_p \cos\theta}{\omega_{ce}}}$	2^e	$\omega_{pf} \ll 4\sqrt{\frac{\omega_p \omega_c \cos\theta}{\sin\theta}}$
	plasma - plasma	$\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_p \cos\theta \left(\frac{\omega_{pf}}{2\omega_p}\right)^{\frac{2}{3}}$	4^e	$\omega_{pf} \ll \omega_p$
	plasma - plasma	$\frac{\omega_p}{2}\cos\theta$	4^e	$\omega_{pf} = \omega_p$
$\omega_p \gg \omega_{ce}$; $\omega_{pf} \ll \omega_{ce}$	cyclotron - cyclotron	$\frac{1}{2}\frac{\omega_{ce}\omega_{pf}}{\omega_p}\sin^2\theta\sqrt{\cos\theta}$	2^e	$\theta \neq \frac{\pi}{2}$
	plasma - cyclotron	$\frac{1}{2}\frac{\omega_{ce}}{\omega_p}\sqrt{\omega_{pf}\omega_{ce}}\sin\theta\cos\theta$	2^e	valide dans la mesure où : $\frac{1}{4} \ll 1$
	cyclotron - plasma	$\frac{\omega_{pf}}{2}\sqrt{\frac{\omega_p}{\omega_{ce}}}\sin\theta$	2^e	$\omega_p \omega_{pf}^2 \ll 4\omega_{ce}^3$
$\omega_p = \omega_{ce}$; $\omega_{pf} \ll \omega_{ce}$	cyclotron - cyclotron cyclotron - plasma	$\frac{\sqrt{2}}{4}\omega_{pf}\sin\theta(1 \pm \sin\theta)^{\frac{1}{4}}$	2^e	$\theta \neq 0$; $\theta \neq \frac{\pi}{2}$
$\omega_p \gg \omega_{ce}$; $\omega_{pf} \gg \omega_{ce}$	plasma - plasma	$\omega_p \frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{\omega_{pf}}{2\omega_p}\right)^{\frac{1}{3}}$	4^e	$\omega_{pf} \ll \omega_p$
	plasma - plasma	$\frac{\omega_p}{2}$	4^e	$\omega_{pf} = \omega_p$

lation "faisceau" ou "plasma" est quelque peu arbitraire ici, puisque chaque assemblée joue un rôle identique et possède pour plus de généralité, une vitesse d'entraînement non nulle. Lorsque l'une des assemblées est plus dense que l'autre, nous conviendrons toutefois d'appeler "plasma" l'assemblée la plus dense. Les taux de croissance donnés dans le tableau I sont valables dans tout système de référence en translation avec une vitesse uniforme en vertu de la propriété de l'équation de dispersion (47), de voir ses solutions complexes inchangées dans un mouvement uniforme du repère, pourvu que K soit réel, (ce qui est le cas pour les instabilités absolues ou non convectives, étudiées dans ce travail).

10 - Résumé des résultats du calcul en milieu infini.

Reprenons les conclusions des discussions qui précèdent en les appliquant à chacun des deux cas dont l'étude expérimentale est décrite plus loin.

a - Collision de deux faisceaux d'électrons.

Les deux faisceaux sont supposés identiques, opposés parallèles à B_o. Leur fréquence propre ω_p est inférieure à ω_{ce} et leur vitesse est faible vis-à-vis de la vitesse de la lumière $(U_o \ll c)$.

En supposant les ions immobiles et en se limitant aux oscillations électroniques, nous ne trouvons pas d'ondes instables purement transversales (ceci pour $\theta = 0$). Par contre, des ondes instables, de nature électrostatique existent. Les taux de croissance sont relativement élevés, ils sont donnés dans le tableau II dans lequel figurent également les longueurs d'onde et les fréquences de ces interactions.

TABLEAU II

INSTABILITES Q.ES D'UN SYSTEME DE DEUX FAISCEAUX OPPOSES ($\omega_p < \omega_{ce}$)

Méconisme d'interaction	Fréquence d'interaction $Re\left(\frac{\omega^*}{\omega_p}\right)$	Longueur d'onde $\frac{K^*_{\parallel} U_0}{\omega_p}$	Taux de croissance $Jm\,\frac{\omega^*}{\omega_p}$
plasma-plasma	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta$	$\frac{1}{2}\cos\theta$
plasma-cyclotron	$\# \frac{\omega_{ce}}{2\omega_p}$	$\# \frac{\omega_{ce}}{2\omega_p}$	$\frac{1}{2}\sin\theta\sqrt{\frac{\omega_p}{\omega_{ce}}\cos\theta}$
cyclotron-cyclotron	0	$\# \frac{\omega_{ce}}{\omega_p}$	$\frac{1}{2}\frac{\omega_p}{\omega_{ce}}\sin^2\theta$

TABLEAU III

INSTABILITES Q.ES. D'UN FAISCEAU PLASMA ($\omega_{pf} < \omega_p < \omega_{ce}$)

Méconisme d'interaction Onde du faisceau ↓ Onde du plasma ↓	Fréquence d'interaction $Re\left(\frac{\omega^*}{\omega_p}\right)$	Longueur d'onde $\frac{K^*_{\parallel} U_0}{\omega_p}$	Taux de croissance $Jm\,\frac{\omega^*}{\omega_p}$
(1) plasma-plasma	$\left[1-\frac{1}{2^{\frac{4}{3}}}\left(\frac{\omega_{pf}}{\omega_p}\right)^{\frac{2}{3}}\right]\cos\theta$	$\left[1+\frac{3}{2^{\frac{7}{3}}}\left(\frac{\omega_{pf}}{\omega_p}\right)^{\frac{2}{3}}\right]\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2^{\frac{4}{3}}}\left(\frac{\omega_{pf}}{\omega_p}\right)^{\frac{2}{3}}\cos\theta$
(2) plasma-cyclotron	$\frac{\omega_{ce}}{\omega_p}\left(1+\frac{\omega_p^2}{2\omega_{ce}^2}\sin^2\theta\right)$	$\frac{\omega_{ce}}{\omega_p}\left(1+\frac{\omega_p^2}{2\omega_{ce}^2}\sin^2\theta\right)$	$\frac{1}{2}\sin\theta\sqrt{\frac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}}\cos\theta}$
(3) cyclotron-plasma	$\cos\theta$	$\frac{\omega_{ce}}{\omega_p}\left(1+\frac{\omega_p}{\omega_{ce}}\cos\theta\right)$	$\frac{1}{2}\sin\theta\sqrt{\frac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}}\cos\theta}$
(4) cyclotron-cyclotron	$\frac{\omega_{ce}}{\omega_p}\left(1+\frac{\omega_p^2}{2\omega_{ce}^2}\sin^2\theta\right)$	$\frac{\omega_{ce}}{\omega_p}\left(2+\frac{\omega_p^2}{2\omega_{ce}^2}\sin^2\theta\right)$	$\frac{1}{2}\frac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}}\sin^2\theta$

Lorsque l'on tient compte du mouvement des ions, en plus des instabilités électrostatiques du système à trois faisceaux (ions + deux faisceaux d'électrons), apparaît la possibilité d'ondes instables transversales se propageant parallèlement au champ magnétique. La fréquence d'interaction correspondante est sensiblement égale à la fréquence cyclotronique des ions et le taux de croissance est en général faible :

$$\mathcal{I}m \frac{\omega^*}{\omega_p} \# \frac{2 U_o^2}{c^2} \frac{\omega_{pi} \sqrt{\omega_{ce} \omega_{ci}}}{\omega_{ce}^2} = 2 \beta_{/\!/} \sqrt{2} \frac{\omega_{ci}}{\omega_p}$$

Il ne devient appréciable que lorsque la densité d'énergie des faisceaux est de l'ordre de la densité d'énergie magnétique. Mais cette condition est très loin d'être satisfaite pour des faisceaux usuels lorsque B_o est supérieur à quelques centaines de Gauss.

b - Système faisceau-plasma.

Les paramètres de l'expérience décrite plus loin sont tels que : $\omega_{pf} < \omega_p < \omega_{ce}$ et $U_o \ll c$. Dans ces conditions, les mécanismes d'instabilité mettant en jeu les électrons sont ici encore essentiellement de nature électrostatique, les fréquences d'in teraction, les longueurs d'onde et les taux de croissance sont donnés dans le tableau III.

Les trois derniers mécanismes d'interaction ont un taux de croissance nul pour les ondes à propagation parallèle, ils ne peuvent être excités que lorsque la propagation est oblique. Leur taux de croissance décroît avec l'intensité du champ magnétique.

Les mécanismes (2) et (4) apparaissent sensiblement à la même fréquence et il semble donc difficile expérimentalement de les distinguer

l'un de l'autre. Toutefois, lorsque $\frac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}} \ll 1$, le mécanisme (4) est moins instable que (2) puisque les taux de croissance varient respectivement comme $\frac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}}$ et $\sqrt{\frac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}}}$. Cette remarque sera utilisée plus loin lorsque nous étudierons expérimentalement la courbe de dispersion de l'onde cyclotronique du plasma en faisant varier la longueur d'onde à l'aide de la vitesse du faisceau, nous supposerons alors que c'est le mécanisme "plasma-cyclotron" qui est excité.

Dans un champ magnétique très fort, les mécanismes (2), (3) et (4) ont des taux de croissance faibles, seule l'interaction plasma-plasma conserve un taux de croissance appréciable, la direction de propagation la plus instable est parallèle au champ magnétique.

Comme dans le cas de deux faisceaux opposés, au mouvement des ions sont associés des mécanismes d'instabilité parmi lesquels figurent des ondes hydromagnétiques transversales à propagation parallèle et des ondes quasi-électrostatiques basse fréquence. Les domaines d'instabilité des ondes hydromagnétiques sont situés au voisinage des fréquences 0 et ω_{ci}. Ici encore, leur taux de croissance reste faible lorsque $\beta_{//} \ll 1$, ce qui sera toujours le cas dans notre expérience.

11 - Remarques sur les effets de parois.

Nous avons supposé dans ce qui précède, les parois suffisamment éloignées de la zone d'observation pour que leur effet sur la propagation des ondes puisse être considéré comme peu important (hypothèse du milieu infini). C'est probablement l'hypothèse la moins facile à satisfaire dans un plasma de laboratoire, aussi essaierons-nous dans ce paragraphe de faire apparaître quelques modifications apportées aux résultats précé-

dents par la présence de parois. Le milieu sera supposé cylindrique, de rayon a et entouré d'une paroi métallique également cylindrique rayon b. Pour de petites longueurs d'onde $Ka \gg 1$ il est prévisible qu'aucun effet nouveau n'apparaîtra, mais il n'en sera plus de même dans le cas des grandes longueurs d'onde : $Ka \ll 1$. Trivelpiece, Camus et Le Mezec [60] [62] dans le cas de plasmas logés à l'intérieur d'un guide d'onde, ont montré que les modes "plasma" et "cyclotron" existent encore, mais que les courbes de dispersion présentent une certaine courbure et s'écartent des droites du milieu infini, lorsque $Ka \ll 1$. Il en résulte une réduction apparente de la fréquence propre du plasma ou des faisceaux, ce qui peut, dans le cas de l'interaction "plasma-plasma" conduire à une stabilisation complète de ce mécanisme d'instabilité.

Etude des composantes du champ électromagnétique de l'onde "plasma" dans un cylindre à parois métalliques.

Nous admettrons dans ce paragraphe que l'intensité du champ magnétique est suffisamment élevée pour que les électrons du plasma ou des faisceaux soient liés aux lignes de force du champ magnétique. Ce sera, en général, le cas dans les expériences décrites plus loin, pour lesquelles $\omega_p \ll \omega_{ce}$ sera réalisée. Dans un champ fort, l'expression de la vitesse perturbée (9) :

$$\vec{v}_1 = \frac{ie}{m} \frac{\omega(\omega - KU_o)}{(\omega - KU_o)^2 - \omega_c^2} \left[\vec{E} + i \frac{\vec{E} \times \vec{\omega}_c}{(\omega - KU_o)} - \frac{\vec{E} \cdot \vec{\omega}_c}{(\omega - KU_o)^2} \vec{\omega}_c - \frac{i}{\omega} \vec{U}_o \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) + \frac{\left[\vec{U}_o \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \right] \times \vec{\omega}_c}{\omega(\omega - KU_o)} \right] \tag{50}$$

se simplifie et se réduit à :

$$\vec{v}_1 = \frac{ie}{m} \frac{\vec{E} \cdot \vec{\omega}_c}{\omega_c^2 (\omega - KU_o)} \vec{\omega}_c \tag{51}$$

Nous utiliserons un système de coordonnées cylindriques r, φ, z, l'axe oz étant l'axe de la colonne de plasma. Les grandeurs oscillantes seront décomposées en solutions de la forme :

$$A(r, \varphi)\, e^{-i(\omega t - Kz)}$$

Compte tenu de l'expression de $\vec{v}_1$, le courant perturbé :

$$\vec{J} = (Ne\vec{v}_1 + ne\vec{U}_o),$$

se réduit dans un champ fort à sa composante suivant oz :

$$J_z = \sum \frac{i\omega_p^2}{(\omega - KU_o)^2} E_z \tag{52}$$

A partir de cette expression et des équations de Maxwell, il est possible de déterminer de façon classique, le champ électromagnétique de l'onde dans un cylindre à parois métalliques. Puisque le courant n'admet de composante que suivant oz, il est facile de montrer que le champ magnétique longitudinal B_z est défini par l'équation :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial B_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 B_z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{c^2}(\omega^2 - K^2c^2)\, B_z = 0$$

Dans cette équation, il n'apparaît pas de terme caractérisant le milieu; la composante B_z est donc la même qu'en l'absence de faisceaux ou de plasma, c'est-à-dire que les modes transverses électriques ne sont pas couplés

à l'onde "plasma". Dans ces conditions faisant $B_z = 0$, les composantes du champ électromagnétique de l'onde "plasma" sont définies par :

$$\left.\begin{aligned}
E_r &= \frac{iKc^2}{\omega^2 - K^2c^2}\,\frac{\partial E_z}{\partial r} \\
E_\varphi &= \frac{iKc^2}{\omega^2 - K^2c^2}\,\frac{1}{r}\,\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} \\
B_r &= \frac{-i\omega}{\omega^2 - K^2c^2}\,\frac{\partial E_z}{\partial \varphi} \\
B_\varphi &= \frac{i\omega}{\omega^2 - K^2c^2}\,\frac{\partial E_z}{\partial r}
\end{aligned}\right\} \qquad (53)$$

et la composante du champ électrique suivant oz est déterminée par l'équation différentielle :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\frac{\partial E_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{c^2}(\omega^2 - K^2c^2)\,E_z = \frac{\omega^2 - K^2c^2}{i\omega}\cdot 4\pi J_z$$

dans laquelle J_z est défini par (52), en remplaçant J_z par sa valeur, il vient :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\frac{\partial E_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\,\frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + \alpha^2 E_z = 0 \qquad (54)$$

où

$$\alpha^2 = \frac{1}{c^2}(\omega^2 - K^2c^2)\left[1 - \sum \frac{\omega_p^2}{(\omega - KU_o)^2}\right] \qquad (55)$$

pour des ondes lentes : $\omega^2 \ll K^2 c^2$ et l'on a sensiblement :

$$\alpha^2 = -K^2 \left[1 \sum \frac{\omega_p^2}{(\omega - KU_o)^2} \right] \tag{56}$$

Supposons pour simplifier que $b = a$ (paroi au contact du milieu). Nous obtenons immédiatement pour E_z une expression de la forme :

$$E_z = E_{z_o} J_\nu (\alpha r) e^{-i(\omega t - Kz - \nu\varphi)} \tag{57}$$

La solution en Y_ν n'a pas été retenue, puisque le champ doit rester fini sur l'axe. E_z est nul à la paroi $r = a$, de telle sorte que l'équation de dispersion de l'onde "plasma" s'écrit :

$$\alpha^2 a^2 = -K^2 a^2 \left[1 \sum \frac{\omega_p^2}{(\omega - KU_o)^2} \right] = P_{n\nu}^2 \tag{58}$$

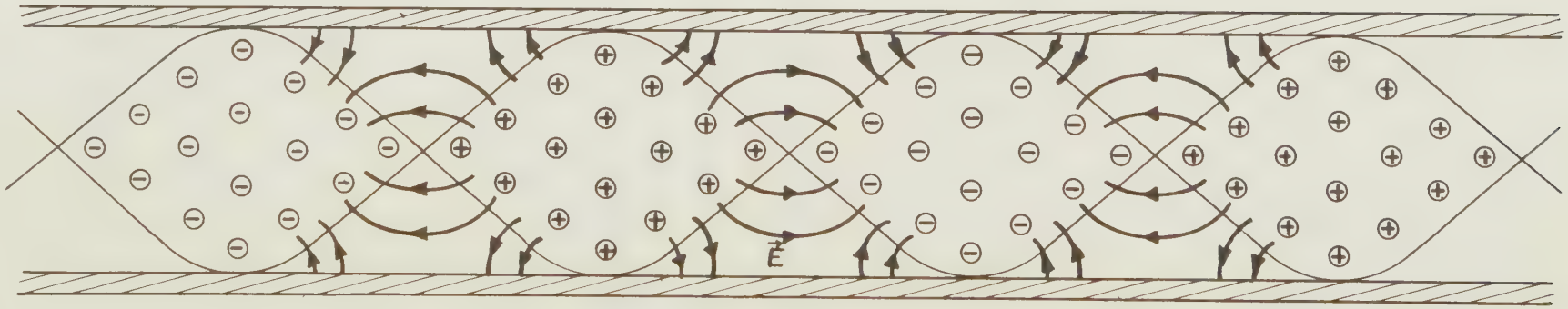
L'équation (57) associée aux équations (53), définissent les composantes du champ électrique de l'onde. Pour $\nu \neq 0$ les perturbations sont en forme de cannelures hélicoïdales. Pour $\nu = 0$, elles possèdent une symétrie de révolution autour de oz et la figure (23) représente la structure d'une telle onde dans ce cas pour le mode correspondant au premier zéro de J_o.

Remarquons que la force exercée sur les électrons par le champ électrique est très supérieure à celle exercée par le champ magnétique oscillant, pour les ondes lentes que nous considérons actuellement. En effet, les équations (53) permettent d'écrire :

$$\frac{E_r}{U_o B_\varphi} = \frac{E_\varphi}{U_o B_r} = \left(\frac{U_o}{c^2} \frac{\omega}{K} \right)^{-1}$$

Figure 23

STRUCTURE DU CHAMP ELECTRIQUE DANS UNE ONDE DE CHARGE D'ESPACE ($\gamma = 0$; $P_{on} = P_{o1}$)
(PLASMA AU CONTACT DU GUIDE CYLINDRIQUE)



L'intensité du champ magnétique oscillant est d'autant plus faible que l'onde est plus lente et le champ électrique dérive très sensiblement d'un potentiel lorsque $\omega^2 \ll K^2 c^2$. En prenant $\phi = \frac{i E_z}{K}$, les expressions (53) montrent que l'on a bien en effet :

$$E_r = -\frac{\partial \phi}{\partial r} \quad , \quad E_\varphi = -\frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \quad , \quad E_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z}$$

et l'on retrouve bien le caractère "quasi-électrostatique" déjà signalé pour des ondes planes en géométrie infinie.

Remarques.

1- L'équation (58) s'écrit pour un faisceau seul :

$$\frac{P_{n\nu}^2}{K^2 a^2} + 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - KU_o)^2} = 0$$

Pour $Ka \gg 1$, c'est-à-dire, pour les petites longueurs d'onde, on retrouve bien l'équation de dispersion déjà dicutée dans le cas de la propagation en milieu infini. Dans le cas d'un seul faisceau cette équation s'écrit :

$$(\omega - K U_o)^2 = \frac{\omega_p^2}{1 + \frac{P_{n\nu}^2}{K^2 a^2}}$$

ce qui met en évidence l'effet de réduction de la fréquence propre pour les grandes longueurs d'onde, introduit par Sturrock. Le coefficient de réduction de ω_p est ici :

$$\left(1 + \frac{P_{n\nu}^2}{K^2 a^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

2 — Posons :

$$tg^2\theta = \frac{P_{n\nu}^2}{K^2 a^2},$$

le facteur de réduction devient $\cos^2\theta$ et l'équation de dispersion s'écrit :

$$(\omega - K U_o)^2 = \omega_p^2 \cos^2\theta$$

Nous retrouvons ainsi le résultat obtenu en milieu infini, pour les modes "plasma" à propagation oblique. Il n'y a donc pas de modification fondamentale de l'équation de dispersion par la présence des parois, et la série des modes d'indices n et ν peut être considérée dans une certaine mesure comme un effet de quantification de l'angle de propagation, qui dans la géométrie infinie pouvait varier d'une façon continue.

3 — Pour un mode déterminé, $P_{n\nu}$ reste fixe et la courbe de dispersion de l'onde plasma correspondante a l'allure bien connue représentée ci-contre (fig. 24)

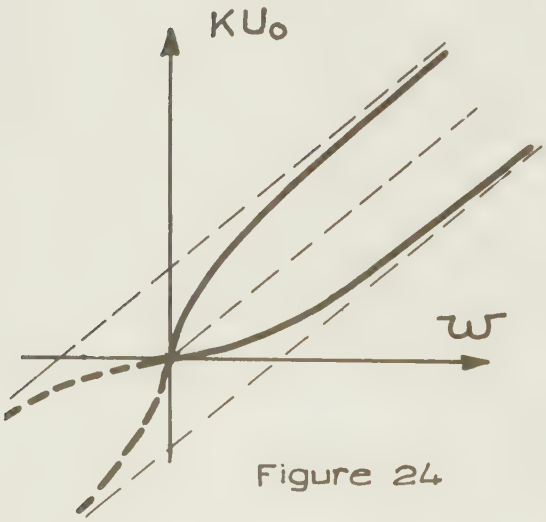


Figure 24

Les tangentes à l'origine joueront un rôle plus loin, elles sont définies par:

$$\frac{K U_o}{\omega} = \frac{1}{1 \pm \lambda}$$

où

$$\lambda = \frac{a\,\omega_p}{P_{n\nu}\, U_o}$$

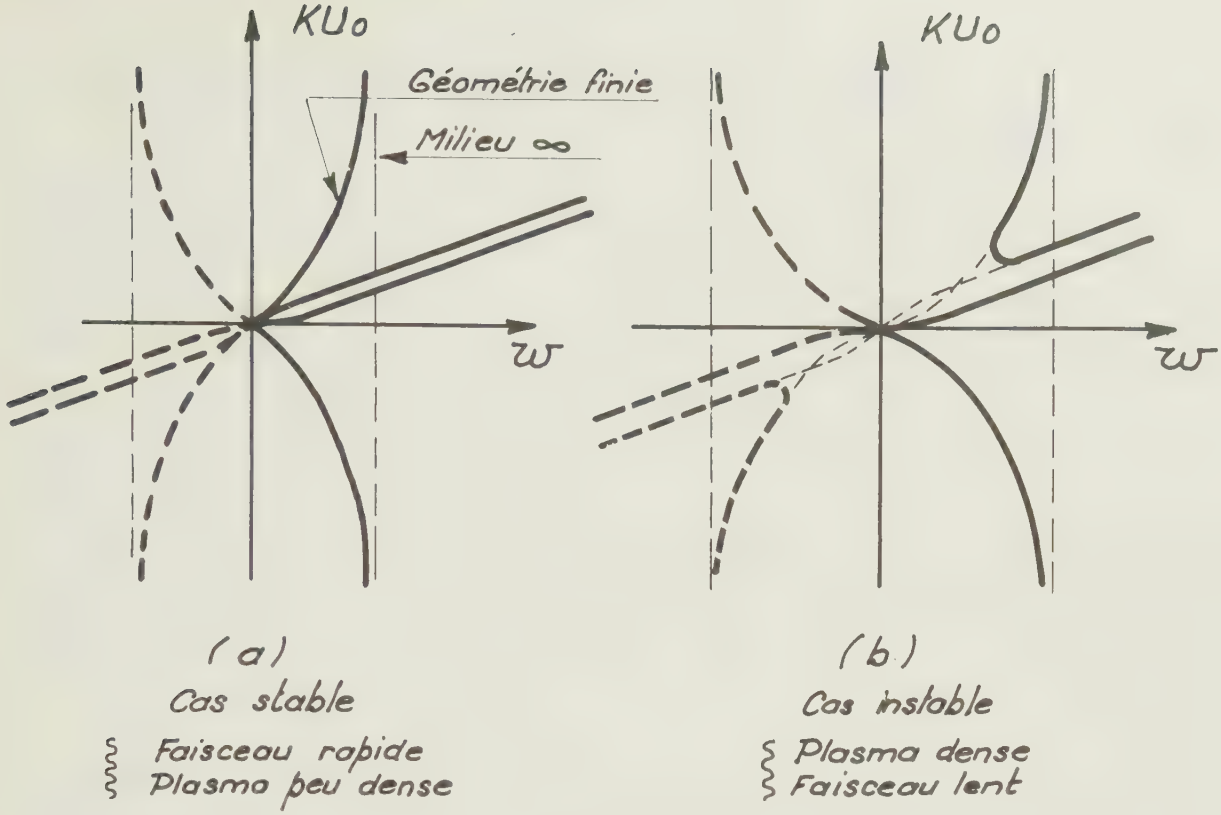


figure 25

FAISCEAU-PLASMA

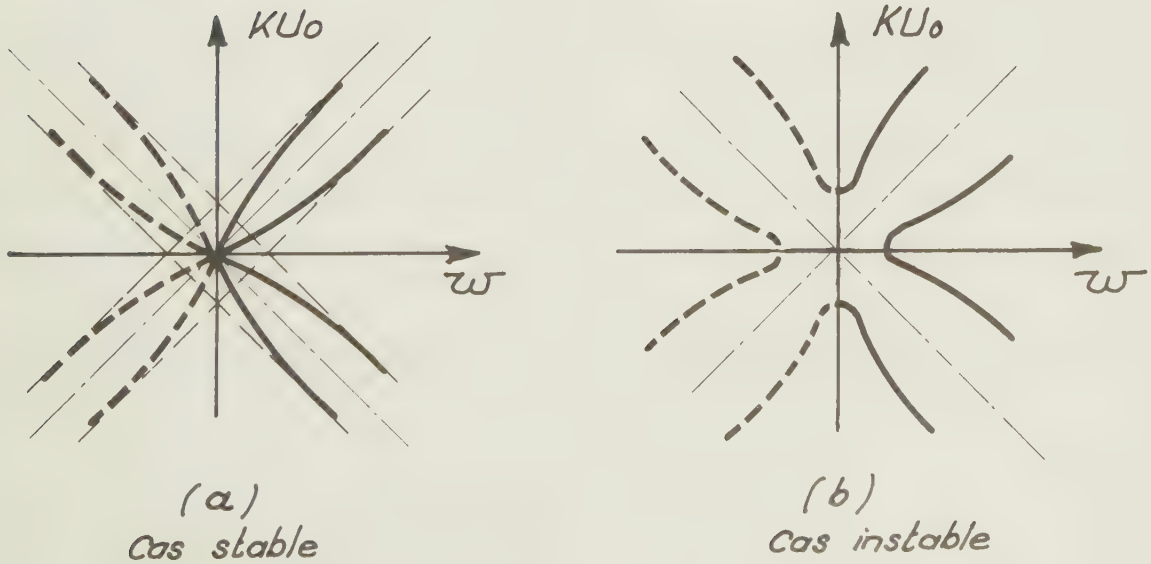


figure 26

DEUX FAISCEAUX OPPOSES

Stabilisation des grandes longueurs d'onde de l'interaction "plasma-plasma".

Considérons un système double-faisceau (faisceau plasma ou deux faisceaux opposés). L'interaction " plasma-plasma " est régie par l'équation de dispersion (58) , mais il est clair que contrairement au cas de la géométrie infinie, cette équation ne définit plus nécessairement de plage instable, car les deux ondes "plasma" d'un faisceau ne coupent pas obligatoirement les deux ondes "plasma" de l'autre. Deux cas sont possibles, comme le montrent les courbes de dispersion (fig. 25 et 26). La figure 25 représente le cas d'un faisceau-plasma et la figure 26, le cas de deux faisceaux opposés.

Dans un régime stable, la courbe de dispersion possède quatre tangentes réelles à l'origine, alors que dans un régime instable elle en perd deux ou quatre. Ceci nous permet d'écrire un critère de stabilité de l'interaction "plasma-plasma".

Cas du faisceau-plasma. L'équation de dispersion (58) s'écrit :

$$\frac{P_{n\gamma}^2}{K^2 a^2} + 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pf}^2}{(\omega - KU_o)^2} = 0$$

Les tangentes à l'origine ont pour pente $m = \frac{\omega}{K}$ et sont déterminées par :

$$\frac{P_{n\gamma}^2}{a^2} - \frac{\omega_p^2}{m^2} - \frac{\omega_{pf}^2}{(m - U_o)^2} = 0 \quad .$$

Cette équation est bien connue puisqu'elle est de la même forme que l'équa-

tion habituelle des ondes électrostatiques. La figure 27 représente les variations de m en fonction de U_o.

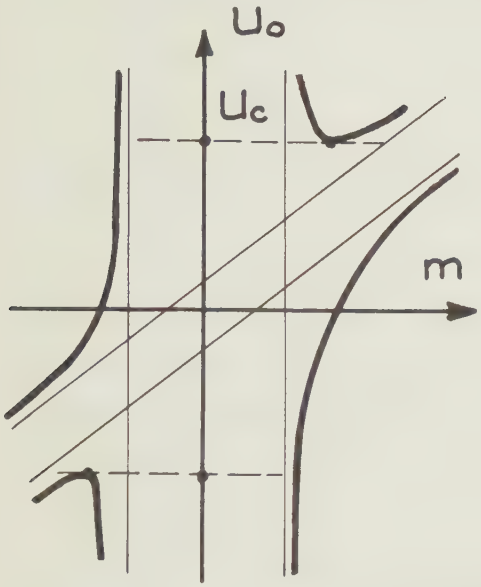


Figure 27

Pour $U_o > U_c$ il existe quatre valeurs réelles de m et le système est stable. Pour $U_o < U_c$ deux valeurs de m deviennent complexes et le système est instable.

On obtient immédiatement la vitesse critique du faisceau correspondant à la limite de stabilité :

$$\boxed{U_c = \frac{a \cdot \omega_p}{P_{n\nu}} \left[1 + \left(\frac{\omega_{pf}}{\omega_p} \right)^{2/3} \right]^{3/2}} \qquad (59)$$

et la condition de stabilité s'écrit :

$$\boxed{U_o > U_c}$$

Remarquons qu'il suffit d'exprimer la condition de stabilité pour $P_{n\nu} = P_{10}$ et tous les modes d'ordre supérieur seront nécessairement stables.

<u>Cas de deux faisceaux opposés symétriques.</u> L'équation de dispersion s'écrit :

$$\frac{P_{n\nu}^2}{K^2 a^2} + 1 - \frac{\omega_p^2}{(\omega - K U_o)^2} - \frac{\omega_p^2}{(\omega + K U_o)^2} = 0$$

et le critère de stabilité s'écrit :

$$\boxed{U_o > U_c}$$

avec

$$\boxed{U_c^2 = \frac{2\,a^2\,\omega_p^2}{P^2_{nV}}} \qquad (60)$$

Physiquement l'effet de stabilisation de la géométrie finie s'explique par le fait qu'un faisceau rapide excite dans l'autre milieu, une longueur d'onde d'autant plus grande que U_o est grand, puisqu'elle varie sensiblement comme $\frac{U_o}{F_p}$. Mais, lorsque la longueur d'onde devient grande, les lignes de force du champ électrique se referment par les parois, le champ électrique devient purement transversal, il n'existe plus de force longitudinale capable de regrouper les électrons dans chacun des deux milieux et l'instabilité "plasma-plasma" n'est plus possible.

Remarques sur les modes cyclotroniques.

Lorsque $\omega - K U_o$ devient de l'ordre de ω_{ce}, il n'est plus légitime même dans un champ fort, de négliger les composantes v_r et v_φ. Mais il est toujours possible, lorsque $\frac{\omega}{K}$ et U_o sont très inférieurs à c, de négliger la force due au champ magnétique oscillant. Dans ces conditions, les expressions de la vitesse perturbée s'écrivent :

$$\left.\begin{aligned}
v_r &= \frac{ie}{m}\,\frac{\left[(\omega - K U_o)\,E_r + i\,\omega_{ce}\,E_\varphi\right]}{(\omega - K U_o)^2 - \omega_{ce}^2} \\
v_\varphi &= \frac{ie}{m}\,\frac{\left[-\,i\,E_r\,\omega_{ce} + (\omega - K U_o)E_\varphi\right]}{(\omega - K U_o)^2 - \omega_{ce}^2} \\
v_z &= \frac{ie}{m}\,\frac{E_z}{(\omega - K U_o)}
\end{aligned}\right\} \qquad (61)$$

Il est possible de combiner ces expressions pour obtenir :

$$\begin{cases} v_+ = v_r + i\, v_\varphi = \dfrac{i\,e}{m(\omega - K U_o - \omega_{ce})} (E_r + i\, E_\varphi) = \dfrac{i\,e}{m(\omega - K U_o - \omega_{ce})} E_+ \\[2ex] v_- = v_r - i\, v_\varphi = \dfrac{i\,e}{m(\omega - K U_o + \omega_{ce})} (E_r - i\, E_\varphi) = \dfrac{i\,e}{m(\omega - K U_o + \omega_{ce})} E_- \\[2ex] v_z = \dfrac{i\,e}{m(\omega - K U_o)} E_z \end{cases}$$

Ces expressions font apparaître clairement la signification physique des modes cyclotroniques. En effet, dans une telle onde, l'oscillation longitudinale liée au champ électrique E_z crée des regroupements de particules faisant apparaître un champ électrostatique transversal décomposable en deux champs polarisés circulairement. Un mouvement de rotation des électrons est donc excité en synchronisme avec la rotation des deux ondes E_+ et E_-.

Le rapport des deux composantes v_+ et v_- s'écrit :

$$\frac{v_+}{v_-} = \frac{(\omega - K U_o + \omega_{ce})\ E_+}{(\omega - K U_o - \omega_{ce})\ E_-} \tag{62}$$

En particulier, dans le cas des modes à symétrie de révolution $E_\varphi = 0$, $E_+ = E_- = E_r$ et (62) s'écrit :

$$\frac{v_+}{v_-} = \frac{(\omega - K U_o + \omega_{ce})}{(\omega - K U_o - \omega_{ce})}$$

ce qui montre que la composante v_+ devient prépondérante à la résonance lorsque $\omega - KU_o \# \omega_{ce}$.

Comme précédemment, en première approximation, le champ électrique dérive d'un potentiel : $\phi = -\frac{E_z}{iK}$ et l'équation différentielle définissant E_z (ou ϕ) s'écrit [60] :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial E_z}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2}+\alpha^2 E_z = 0$$

avec maintenant :

$$\alpha^2 = -K^2 \frac{1-\sum\frac{\omega_p^2}{(\omega-KU_o)^2}}{1-\sum\frac{\omega_p^2}{(\omega-KU_o)^2-\omega_{ce}^2}}$$

de telle sorte que la solution dans le milieu est de la forme :

$$E_z = E_{zo}\, J_\nu\,(\alpha\, r)\, e^{-i(\omega t - K_z - \nu\varphi)}$$

En supposant encore pour simplifier $a = b$, la présence d'une paroi métallique pour $r = a$ exige : $E_z(a) = 0$, c'est-à-dire :

$$P_{n\nu}^2\left[1-\sum\frac{\omega_p^2}{(\omega-KU_o)^2-\omega_{ce}^2}\right]+K^2a^2\left[1-\sum\frac{\omega_p^2}{(\omega-KU_o)^2}\right]=0 \qquad (63)$$

(63) constitue l'équation de dispersion du milieu. Cette équation appliquée à un seul faisceau d'électrons ou à un plasma au repos redonne bien les quatre modes déjà trouvés en géométrie infinie. En posant comme précédemment

$$tg^2\theta = \frac{P^2_{nV}}{K^2 a^2},$$

l'identité entre cette équation de dispersion et l'équation obtenue en milieu infini apparaît immédiatement. La forme des courbes de dispersion pour n et V fixes, a été donnée par Trivelpiece et serait celle indiquée ci-contre dans le cas d'un plasma au repos, pour lequel $\omega_p < \omega_{ce}$. Pour des petites valeurs de la longueur d'onde (K grand) la fréquence des modes cyclotroniques tend vers ω_{ce} alors que pour des grandes valeurs de la longueur d'onde, elle tend vers la fréquence hybride électronique $\sqrt{\omega_p^2 + \omega_{ce}^2}$.

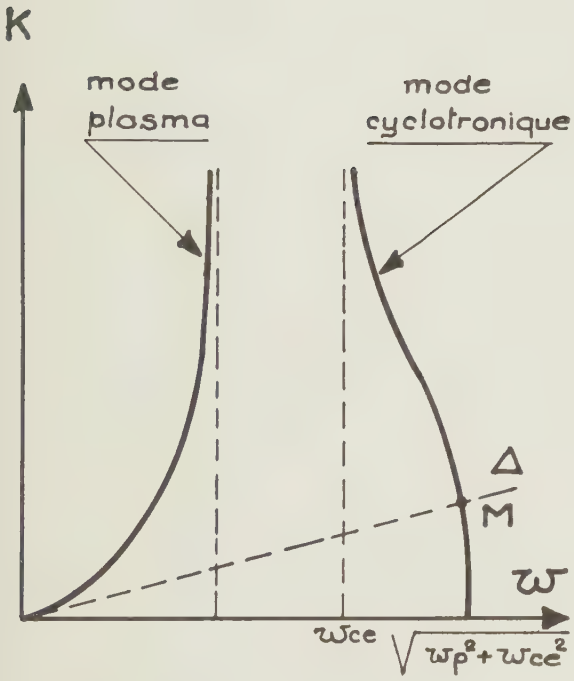


Figure 28

Comme il l'a été dit plus haut, la courbe de dispersion de ce mode cyclotronique sera étudiée expérimentalement dans le système faisceau plasma (chapitre V). Nous ferons décrire au point M la courbe de dispersion en faisant varier la vitesse du faisceau, c'est-à-dire, la pente d'une droite* Δ de pente $\frac{\omega}{K} = U_o$.

---

* En effet lorsque $\omega_{pf} \ll \omega_p$, les deux modes "plasma" du faisceau seront sensiblement confondus avec la droite $\omega = K U_o$.

CHAPITRE III

DESCRIPTION DU DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL ET DES MÉTHODES DE DIAGNOSTIC

1 - Description du dispositif expérimental.

Le dispositif expérimental a été conçu de façon à permettre la réalisation des deux situations physiques discutées au chapitre précédent, à savoir :

a - la collision de deux faisceaux d'électrons (figure I),

b - le système faisceau-plasma (figure II).

Avant de décrire séparément chacune de ces deux expériences, ce qui fera l'objet des deux chapitres suivants, nous donnerons ici quelques indications sur les dispositifs communs, c'est-à-dire : l'enceinte à vide, les enroulements magnétiques, les canons à électrons et certaines méthodes de diagnostic.

Enceinte à vide.

La structure de cette enceinte a été imposée par les impératifs liés à la réalisation du système faisceau-plasma. L'enceinte est constituée par trois compartiments séparés par des diaphragmes de 1 cm de

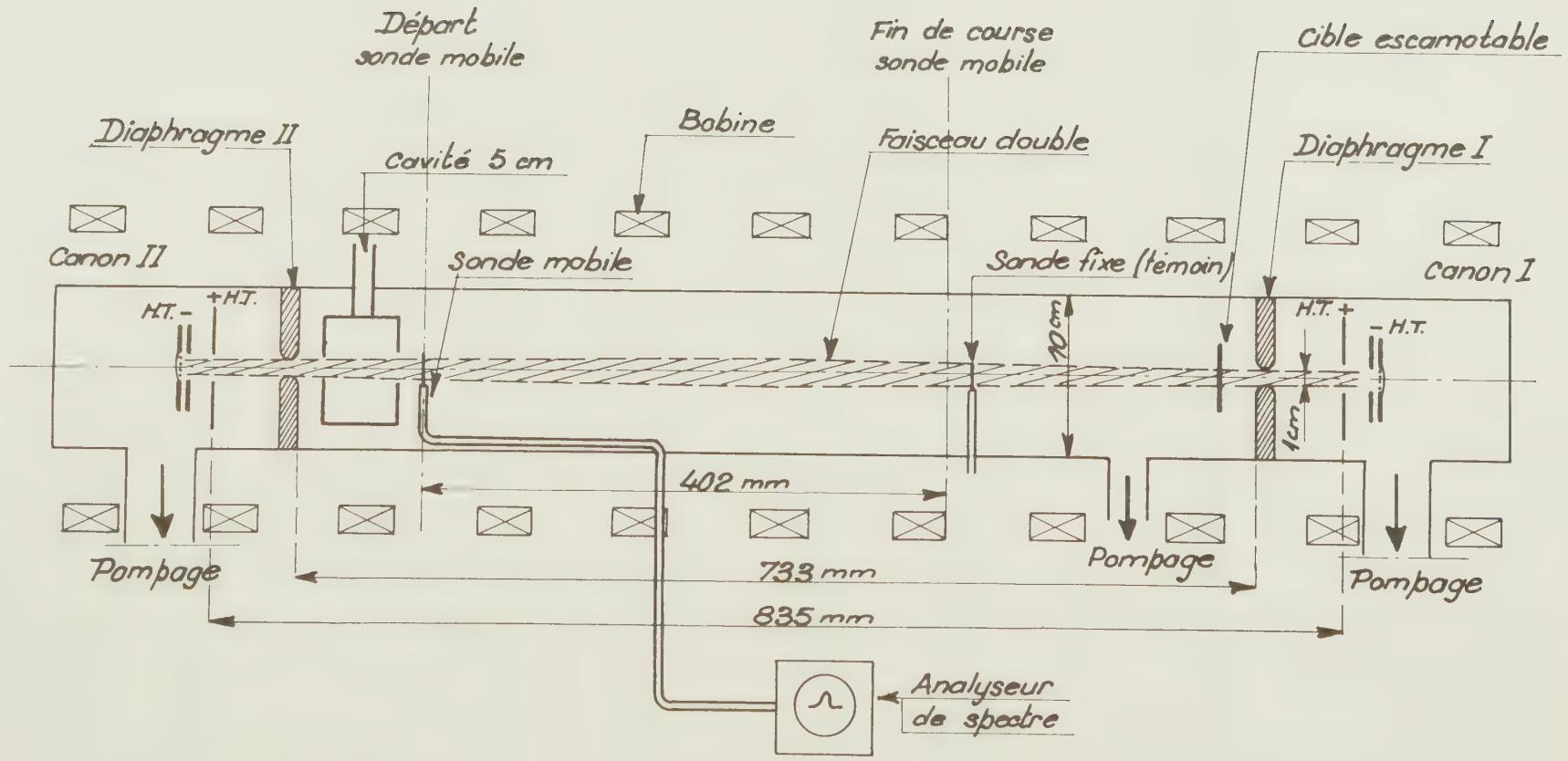


Figure 1

MONTAGE POUR L'ETUDE DE LA COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS

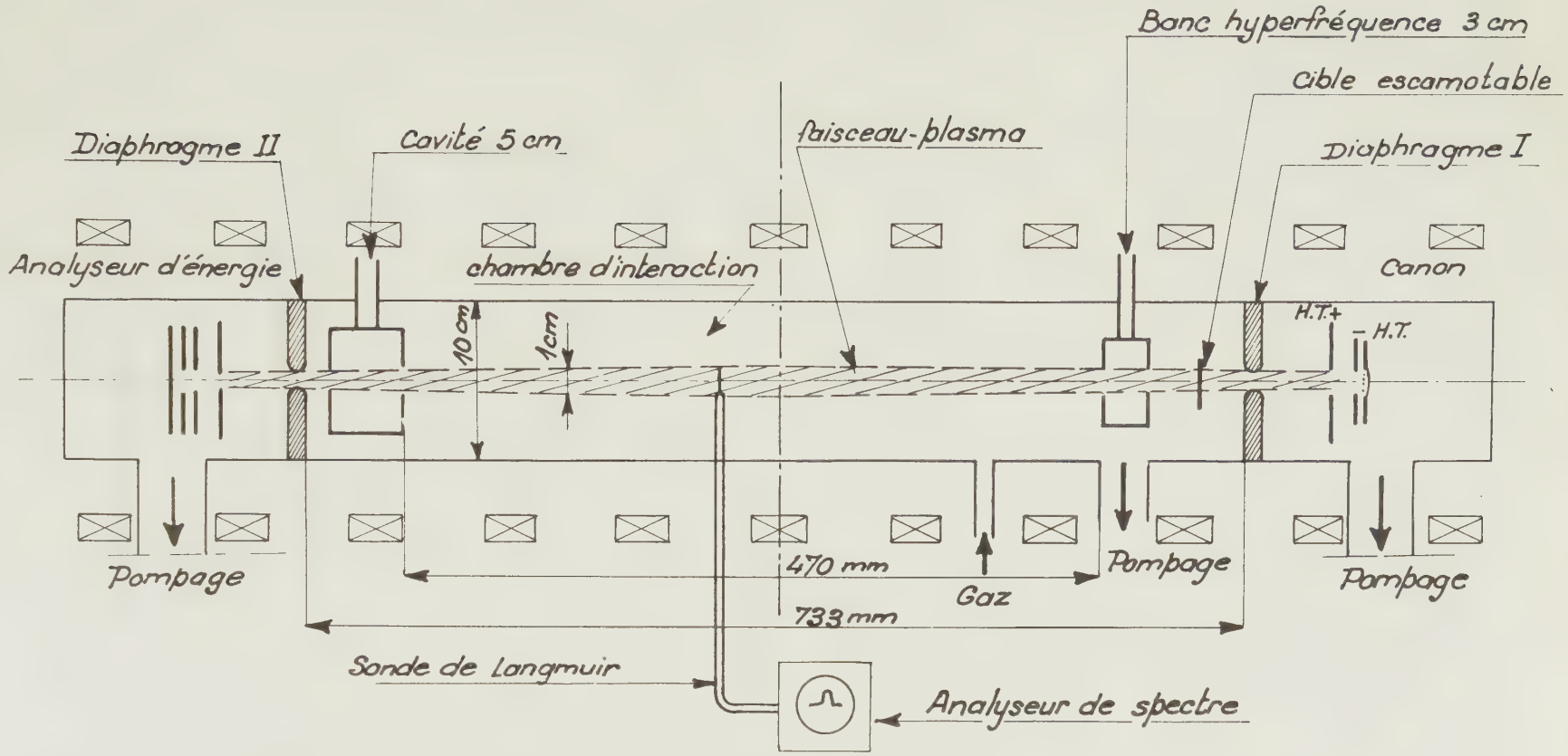


Figure II

MONTAGE POUR L'ETUDE DU SYSTEME FAISCEAU-PLASMA

diamètre permettant le passage du faisceau d'électrons. Il est ainsi possible de maintenir dans la chambre d'interaction située au centre, une pression de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-3} Torr nécessaire à la production du plasma, tout en faisant travailler le canon dans un vide suffisamment poussé pour être à l'abri des amorçages électriques. Cette séparation de l'enceinte du canon et de la chambre d'interaction permet de réaliser en régime de pompage dynamique, des pressions P_1 et P_2 de part et d'autre du diaphragme définies par :

$$\frac{P_2}{P_1 - P_2} = \frac{F_o}{S}$$

F_o : conductance du diaphragme ; S : vitesse de pompage dans l'enceinte du canon.

Dans le cas présent, la colonne de pompage dans l'enceinte canon a une vitesse de pompage d'environ 500 litres/seconde dans l'air, de plus F_o = 36 litres/seconde, de telle sorte que $\frac{P_2}{P_1} \# 0,072$.

La pression dans l'enceinte du canon peut ainsi être maintenue environ 0,07 fois inférieure à la pression dans la chambre d'interaction.

Dans l'enceinte située à l'autre extrémité de la chambre d'interaction est logé un analyseur électrostatique d'énergie destiné à mesurer la distribution de vitesses du faisceau d'électrons à sa sortie du plasma. Les tensions appliquées sur les grilles de cet analyseur étant du même ordre que celles appliquées entre les électrodes du canon, il a été ici encore, nécessaire de réaliser dans cette enceinte une pression réduite à l'aide d'un système de pompage identique à celui utilisé dans l'enceinte du canon.

Le réglage de la position sur un même axe, des différents appareils logés dans l'enceinte à vide (canons, analyseur d'énergie, diaphragmes, cavités hyperfréquences, sondes de Langmuir, etc ...) se fait à l'aide d'un cathétomètre de centrage, fixé rigidement sur le bâti et définissant ainsi l'axe mécanique de l'expérience (figure 3).

Champ magnétique.

Un ensemble de 11 bobines permet de produire un champ magnétique variable jusqu'à 1500 Gauss pendant des impulsions de 5 à 10 secondes. Chaque bobine comprend 200 spires de fil émaillé (Ø = 2 mm) et est refroidie par ventilation d'air à l'aide de 4 rampes à air comprimé.

L'homogénéité du champ magnétique est un facteur important lorsqu'on étudie un mécanisme d'interaction du type cyclotronique. C'est en effet l'incertitude sur la connaissance du champ magnétique qui limite, en grande partie, la précision de la confrontation théorie-expérience. Une étude à l'aide du calculateur analogique du service de physique appliquée a permis d'évaluer la distribution du champ magnétique produit par le système de bobines utilisé. Les résultats de cette étude sont indiqués figure 4. Deux causes sont à l'origine des inhomogénéités de champ magnétique :

a - la périodicité des bobines,

b - l'effet des bouts.

Les fluctuations de champ le long de l'axe, liées à la périodicité des bobines sont relativement faibles, de l'ordre de 3 à 5 pour mille. L'effet des bouts est la principale source d'inhomogénéité, puisque la valeur du champ

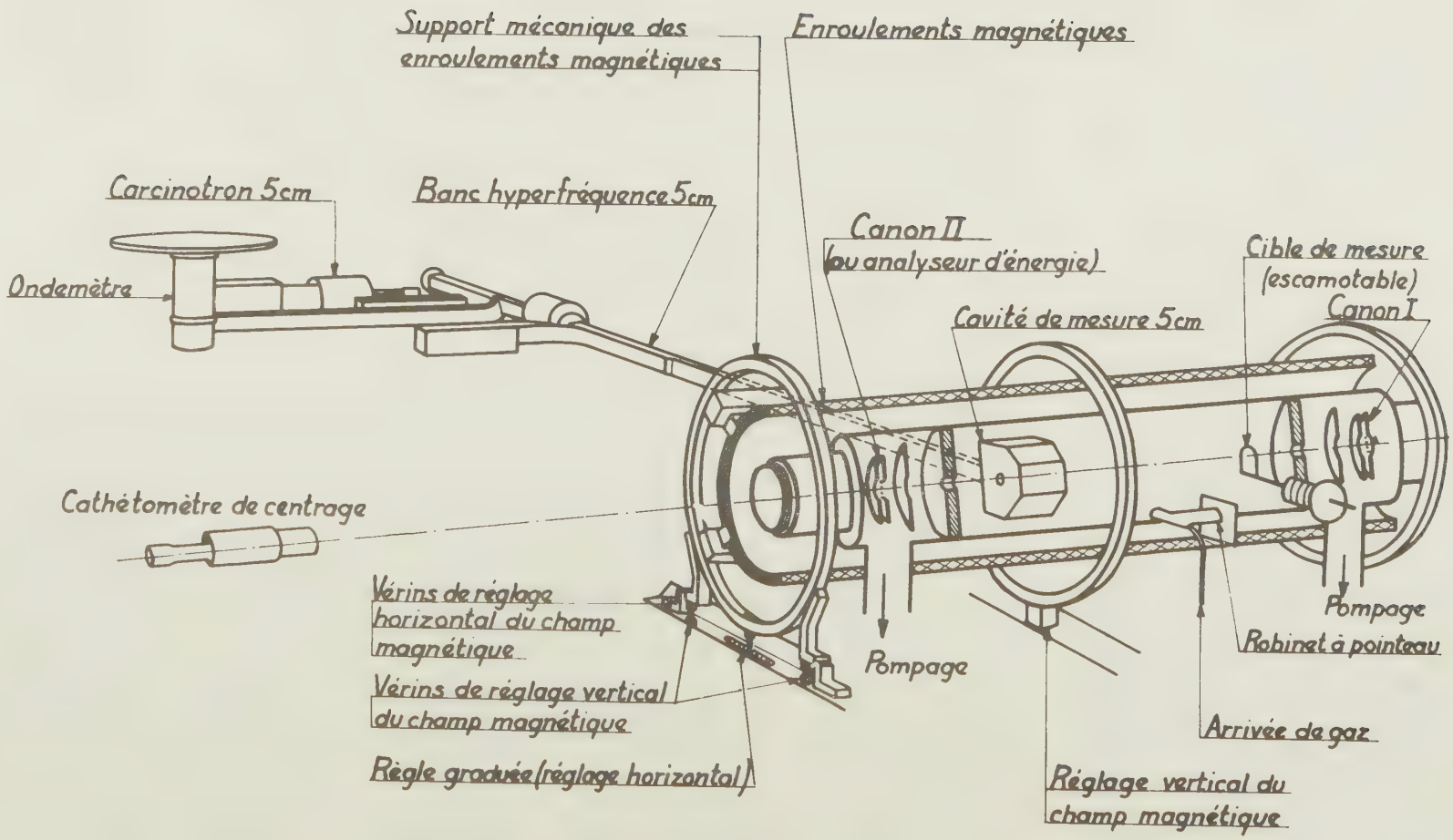
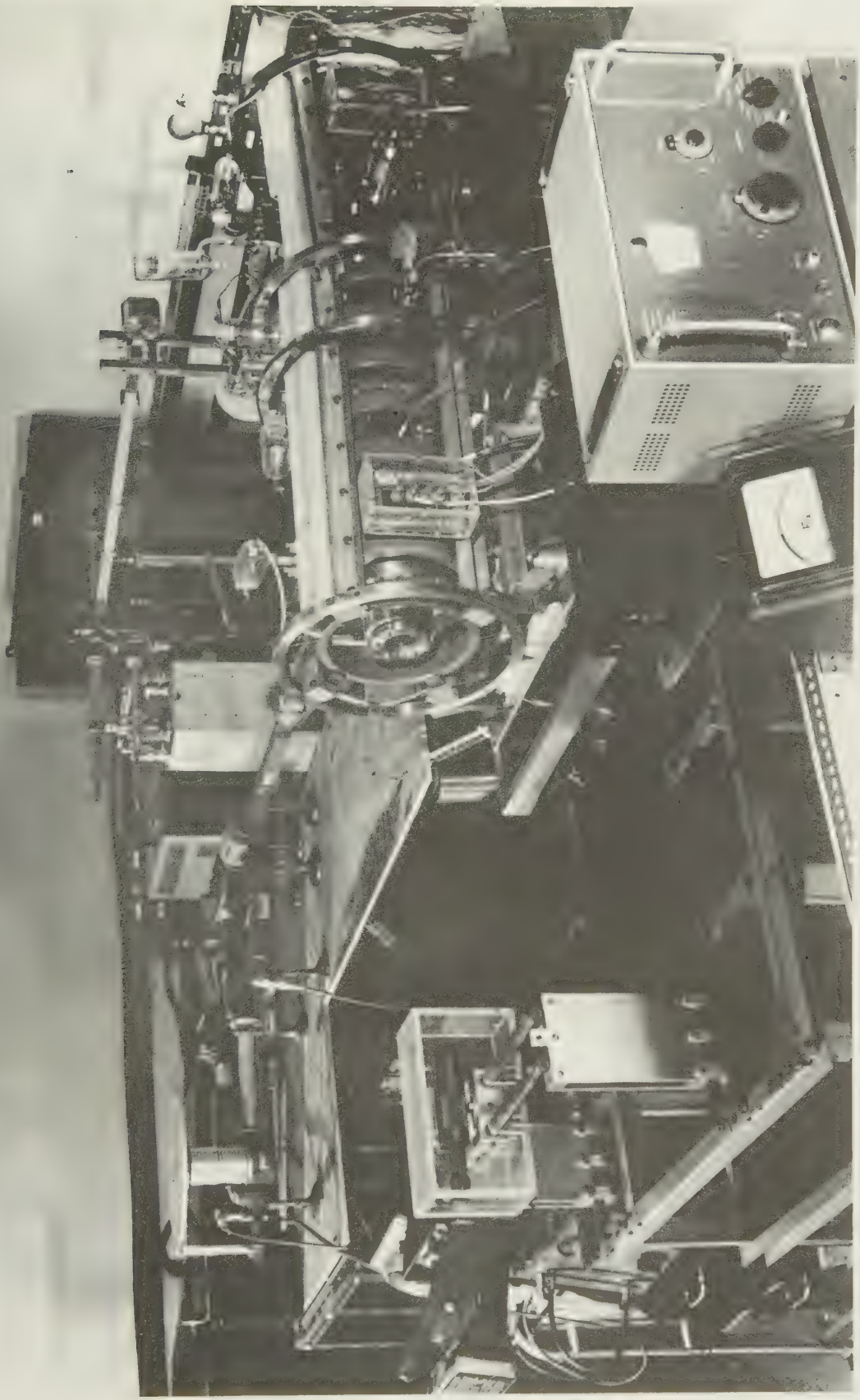


Figure: 3 VUE GENERALE DU DISPOSITIF D'ETUDE DES INTERACTIONS FAISCEAU-PLASMA



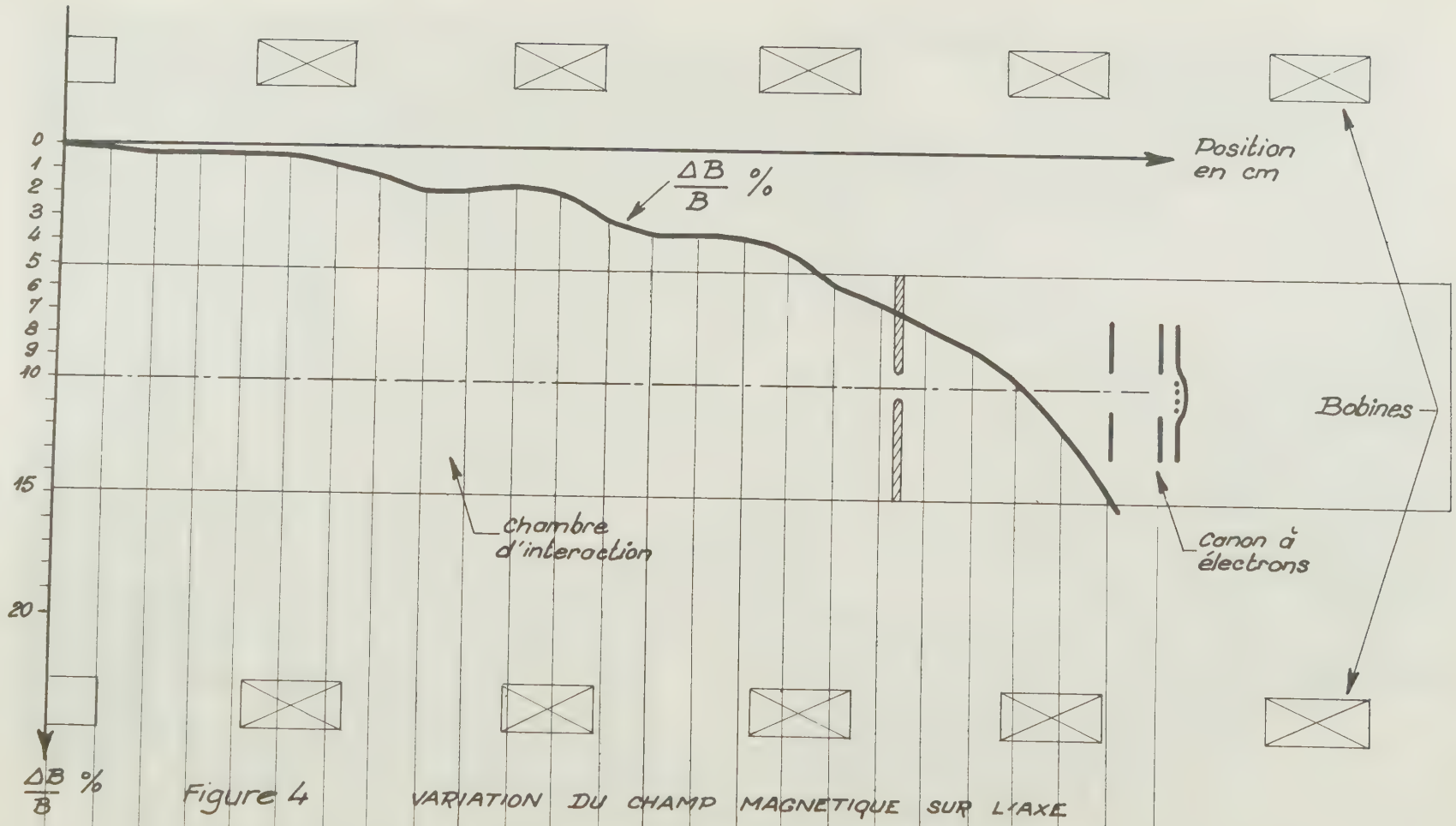
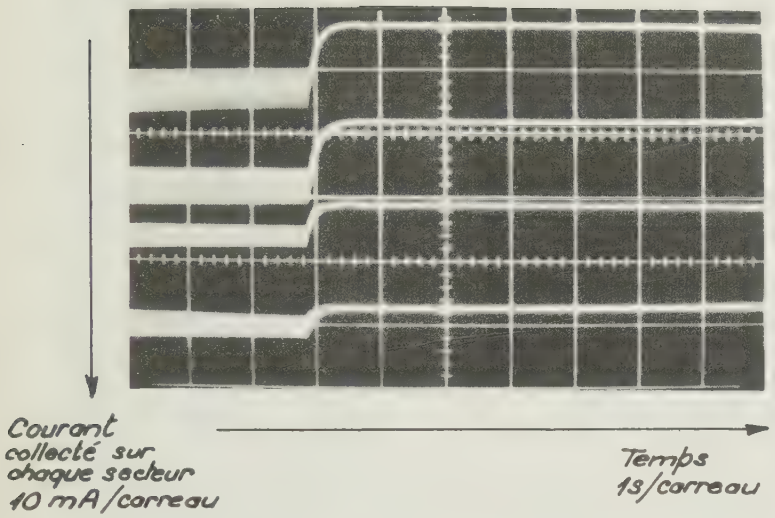
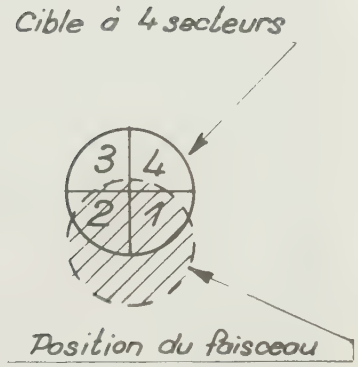


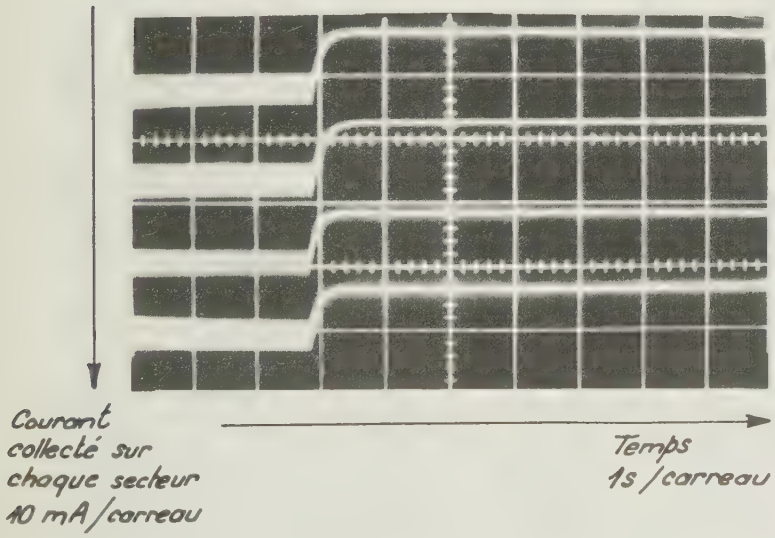
Figure 4 VARIATION DU CHAMP MAGNETIQUE SUR L'AXE

Position sur l'axe en cm	ΔB/B %
0	0,00
2	0,10
4	0,36
6	0,29
8	0,24
10	0,36
12	0,72
14	1,19
16	1,70
18	1,52
20	1,59
22	1,96
24	2,96
26	3,44
28	3,54
30	4,14
32	4,42
34	5,74
36	6,56
38	7,56
40	8,60
42	9,92
44	12,17
46	14,92
48	18,11





I) Faisceau avant réglage.



II) Faisceau centré.

Figure 5

REGLAGE DU PARALLELISME DE L'AXE MAGNETIQUE ET DE L'AXE MECANIQUE

magnétique à la hauteur des diaphragmes est de 6,5 % inférieure à celle obtenue au niveau du plan médian. Plus récemment, ce chiffre a été diminué et ramené à 3 % par l'adjonction de deux bobines supplémentaires.

Un autre point important est de permettre aux faisceaux de passer au travers des diaphragmes et des cavités sans être interceptés. Il faut donc pouvoir régler le parallélisme de l'axe du champ magnétique et de l'axe mécanique de l'expérience. Dans ce but, le système de bobines a été fixé sur un bâti mobile, réglable horizontalement et verticalement à l'aide de vérins. Le contrôle du parallélisme des deux axes a été effectué en collectant le courant d'un faisceau sur une cible à quatre secteurs située à l'extrémité de la chambre. Un centrage satisfaisant correspond à l'égalité des courants collectés par chacun des quatre secteurs. La figure 5 représente les courants collectés, avec un mauvais centrage et après centrage.

Canon à électrons.

Un prototype des canons à électrons utilisés a été décrit dans une précédente note (D.R.R.P.55 .juin 1960).

La figure 6 représente ce canon. Il comprend :

- une cathode circulaire ($\emptyset$ = 1 cm) constituée par une spirale de fil de tungstène ($\emptyset$ = 0,6 mm) à spires jointives;

- deux électrodes planes en acier inoxydable, l'une de commande (Wehnelt) et l'autre d'accélération. Chacune de ces électrodes est percée d'un orifice de diamètre 1,3 cm.

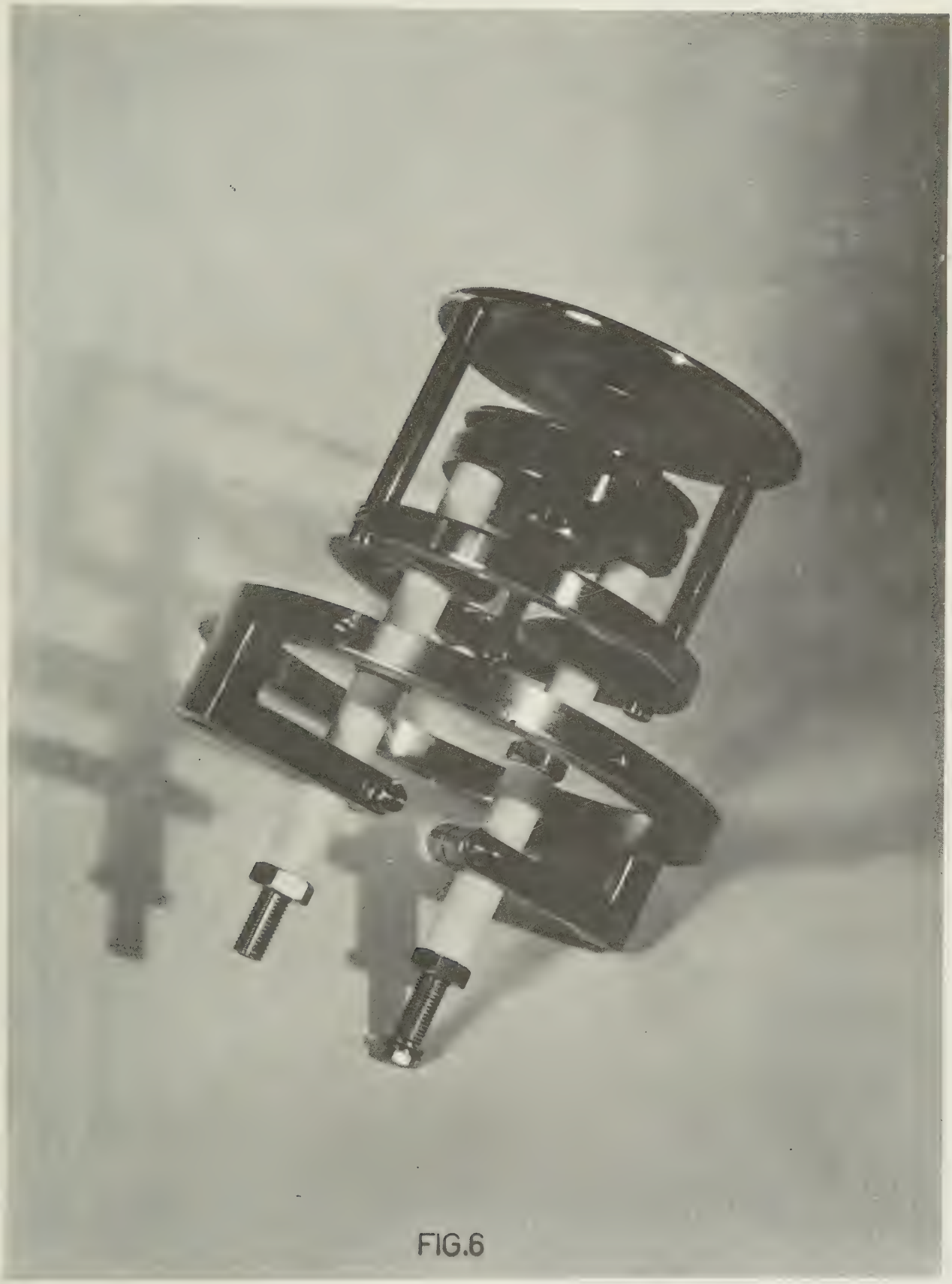


FIG.6

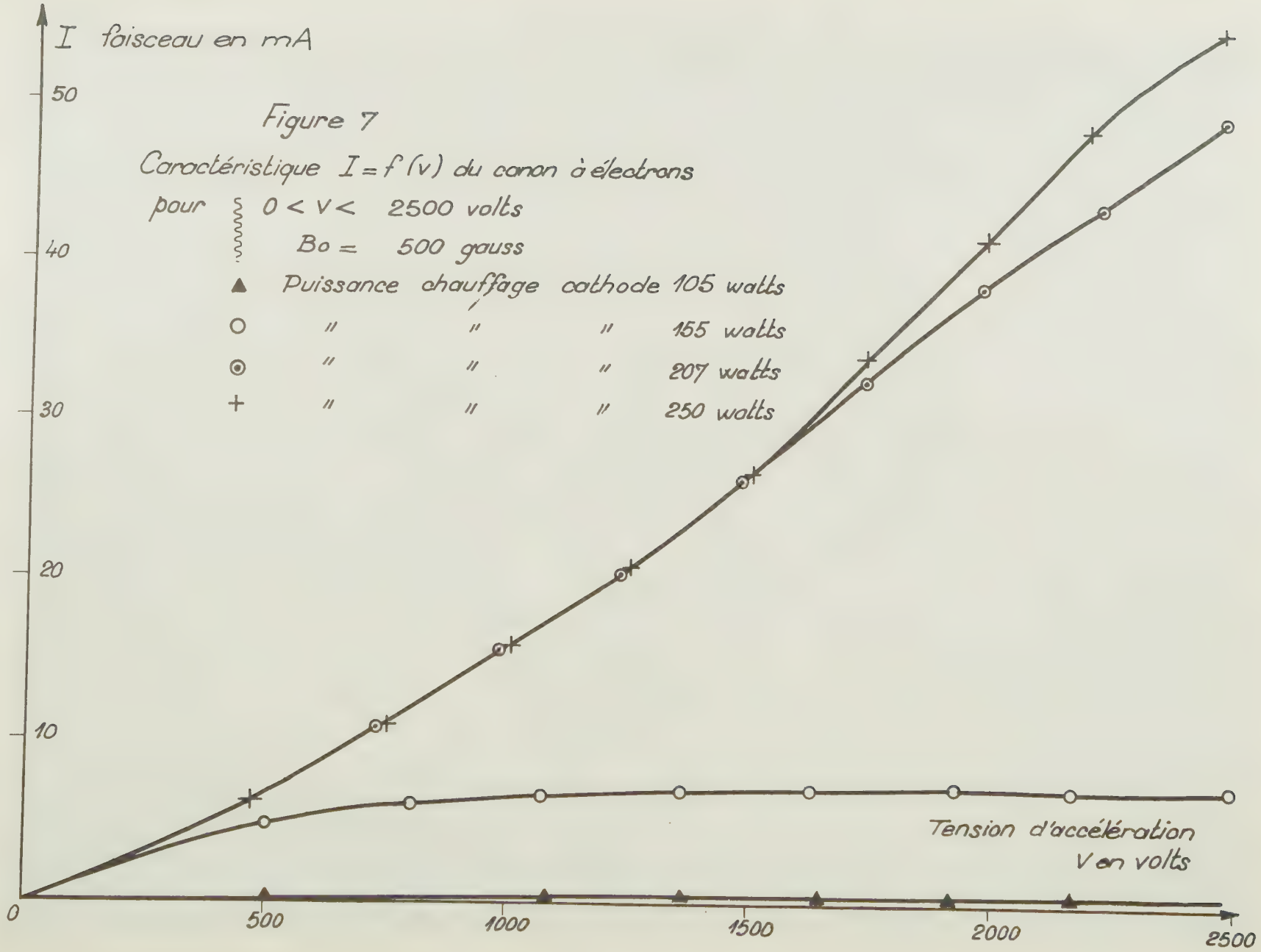
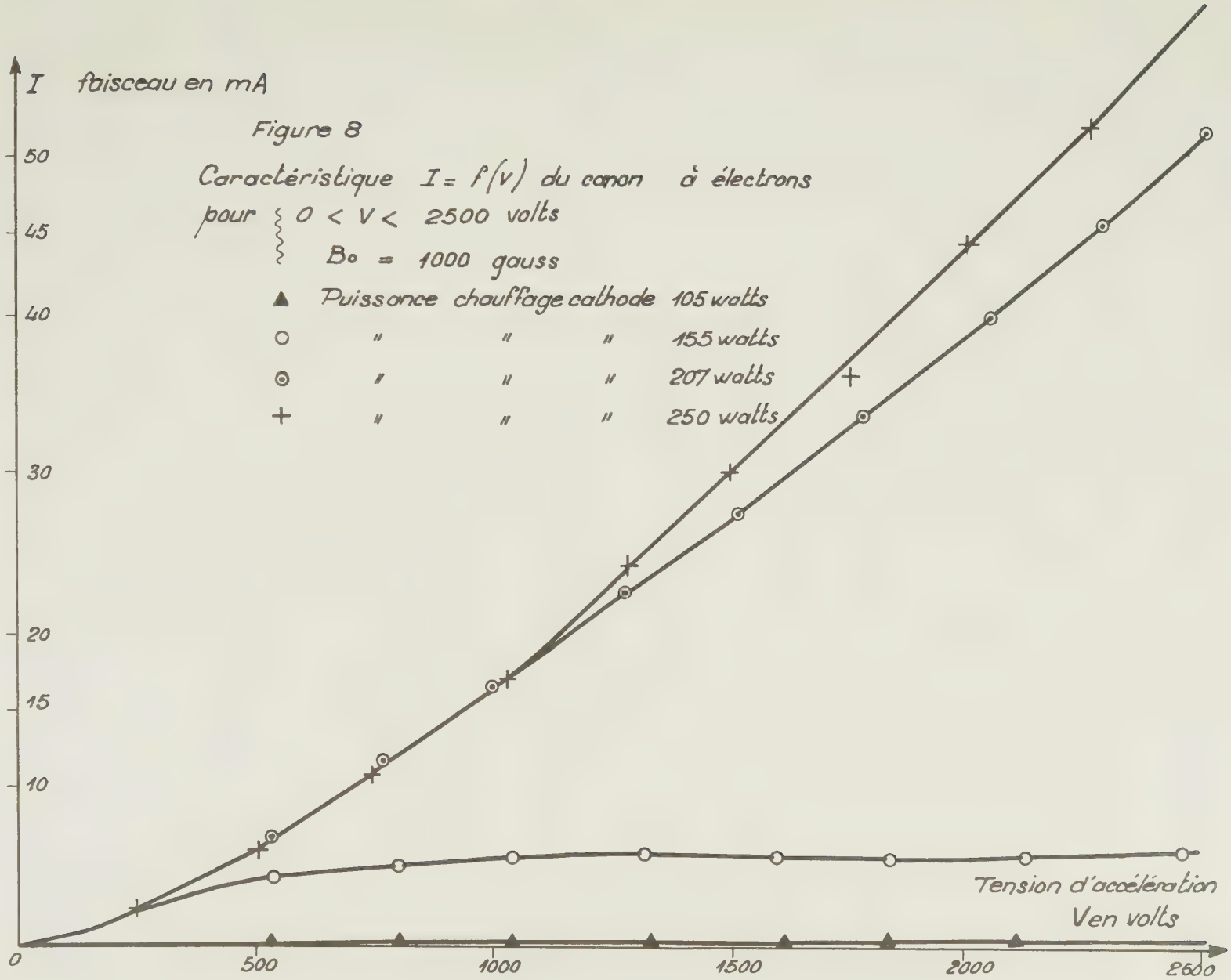


Figure 7

Caractéristique $I = f(v)$ du canon à électrons


I faisceau en mA
Figure 8
Caractéristique I = f(V) du canon à électrons
pour 0 < V < 2500 volts
Bo = 1000 gauss
▲ Puissance chauffage cathode 105 watts
○ " " " 155 watts
⊙ " " " 207 watts
+ " " " 250 watts
50
45
40
30
20
15
10
0
500
1000
1500
2000
2500
Tension d'accélération
V en volts

La focalisation du faisceau repose sur le principe d'un écoulement uniforme dans un champ magnétique fort.

Les figures 7 et 8 représentent quelques caractéristiques de ce canon. L'intensité du faisceau est limitée vers les faibles tensions par les effets de charge d'espace et vers les tensions plus élevées, par l'émission de la cathode. En présence d'un plasma, il est difficile d'éviter la remontée d'ions vers le canon, et ceux-ci peuvent introduire des fluctuations d'intensité dans un régime de charge d'espace. Aussi avons-nous habituellement travaillé sur le palier correspondant à la limitation du courant par l'émission de la cathode, ce qui a permis au courant émis par le canon d'être indépendant des fluctuations de charge d'espace.

2 - Méthodes de diagnostic.

Les méthodes de diagnostic mises en oeuvre ont eu pour but la mesure des paramètres suivants :

- densité du plasma et des faisceaux d'électrons,
- distribution de vitesses du faisceau d'électrons,
- spectre des fréquences d'oscillation,
- longueurs d'onde, etc ...

Mesure des densités électroniques du plasma et des faisceaux.

Le choix de la méthode de mesure des densités est lié à deux conditions : la colonne de plasma et les faisceaux ont un faible diamètre ($\emptyset \sim 1$ cm) et une faible densité électronique ($n_e < 10^{11}$ el/cm^3). Si l'on voulait mesurer la densité électronique d'un tel milieu par les techniques

classiques d'interférométrie hyperfréquence, nous serions conduits à deux impératifs incompatibles, à savoir : former un faisceau hyperfréquence simultanément de grande longueur d'onde et focalisé sur un faible diamètre. Par contre, les techniques de perturbation d'une cavité hyperfréquence constituent une méthode particulièrement bien adaptée à ce problème puisque de très faibles variations de l'indice entraînent un changement appréciable de la fréquence de résonance et que la géométrie d'une cavité cylindrique permet facilement de loger une colonne de plasma sur son axe. Deux cavités hyperfréquence ont été utilisées ayant respectivement pour fréquence de résonance sur le mode TM_{020} , 9 G Hz (cavité 3cm) et 6 G Hz (cavité 5cm).

Expression du glissement de fréquence :

Dans l'approximation des faibles perturbations, le glissement de la fréquence de résonance d'une cavité contenant un plasma s'écrit [94] :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{j}{2\varepsilon_o\omega} \frac{\int_{v_1} (\vec{\vec{\sigma}} \cdot \vec{E}_o)\, \vec{E}_o \, dv}{\int_v E_o^2 \, dv}$$

v : volume de la cavité; v_1 : volume occupé par le plasma dans la cavité; $\vec{E}_o$: champ électrique en l'absence de plasma.

Cette expression permet de calculer le glissement de fréquence pour le mode de résonance choisi. Nous avons choisi un mode TM_{omo} et plus exactement TM_{020} , parce que dans de tels modes, le champ électrique $\vec{E}_o$ est parallèle à l'axe, donc au champ magnétique extérieur. Ce dernier ne joue donc pratiquement aucun rôle dans l'expression du glissement de fréquence . (Il n'en joue rigoureusement aucun si le milieu est un plasma $\frac{U_o}{c} = 0$). Le glissement de fréquence lorsque la cavité est traversée par

un faisceau d'électrons a été calculé par Archambault [97] :

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{1}{2}\sum \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}\,\frac{U_o^2}{c^2}\right)\left(\frac{a}{R}\right)^2 \frac{J_m^2\left(P_{mo}\frac{a}{R}\right) J_{m+1}\left(P_{mo}\frac{a}{R}\right)}{J_{m+1}^2\left(P_{mo}\right)}$$

a : rayon du faisceau-plasma , R : rayon de la cavité.

Pour $\omega \gg \omega_{ce}$, ce qui sera le cas dans nos mesures, le terme

$$\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_{ce}^2}\,\frac{U_o^2}{c^2}$$

sera très faible devant l'unité et le glissement de fréquence sera pratiquement indépendant de la vitesse du faisceau.

Pour la cavité hyperfréquence 5 cm, nous avons $\frac{a}{R} = 0,114$, d'où le glissement de fréquence pour le mode TM_{020} :

$$\sum n\left(1 + \frac{U_o^2}{c^2}\right) = 0,73 \cdot 10^9 \cdot \Delta F_{MHz}$$

Pour la cavité 3 cm avec le même rapport $\frac{a}{R}$, nous obtenons :

$$\sum n_e \left(1 + \frac{U_o^2}{c^2}\right) = 1,10 \cdot 10^9 \cdot \Delta F_{MHz}$$

avec ΔF : glissement de la fréquence de résonance de la cavité.

Le calcul de faible perturbation conduisant au résultat ci-dessus exige que la fréquence propre du milieu soit très inférieure à la fréquence de résonance de la cavité : $\frac{\omega_p^2}{\omega^2} < 1$ ce qui se traduit par les conditions :

$$n_e < 4 \cdot 10^{11} \text{ el/cm}^3 \quad \text{pour le banc 5 cm}$$

et $$n_e < 1,2 \cdot 10^{12} \text{ el/cm}^3 \quad \text{pour le banc 3 cm.}$$

La densité minimum mesurable est liée à la largeur de la résonance de la cavité. Elle est de l'ordre de 10^7 el/cm^3 pour les cavités utilisées.

Description des bancs hyperfréquence et méthode de mesure du glissement de fréquence :

Différentes méthodes ont été mises au point afin de résoudre dans le temps la mesure de la densité électronique. Ces méthodes sont décrites ailleurs : ref. [95] et [96]. Nous nous limiterons ici à la description d'un montage donnant une valeur moyenne de la densité électronique sans résolution dans le temps.

La figure 9 représente ce montage pour la cavité 5 cm. Un Carcinotron CO 63 CSF injecte dans la cavité un signal hyperfréquence modulé en fréquence au voisinage de la fréquence de résonance de la cavité. Le signal réfléchi par la cavité est envoyé après détection sur les plaques de déflexion verticale d'un oscilloscope dont les plaques de déflexion horizontale reçoivent la tension de modulation du Carcinotron, c'est-à-dire un signal proportionnel à la fréquence de l'onde envoyée vers la cavité. Le pic d'absorption de la cavité, lorsque la fréquence passe par la fréquence de résonance, apparaît donc directement sur l'écran de l'oscilloscope. La figure 10 représente un tel enregistrement montrant le pic de résonance de la cavité en l'absence de plasma et le même pic décalé par la présence du plasma.

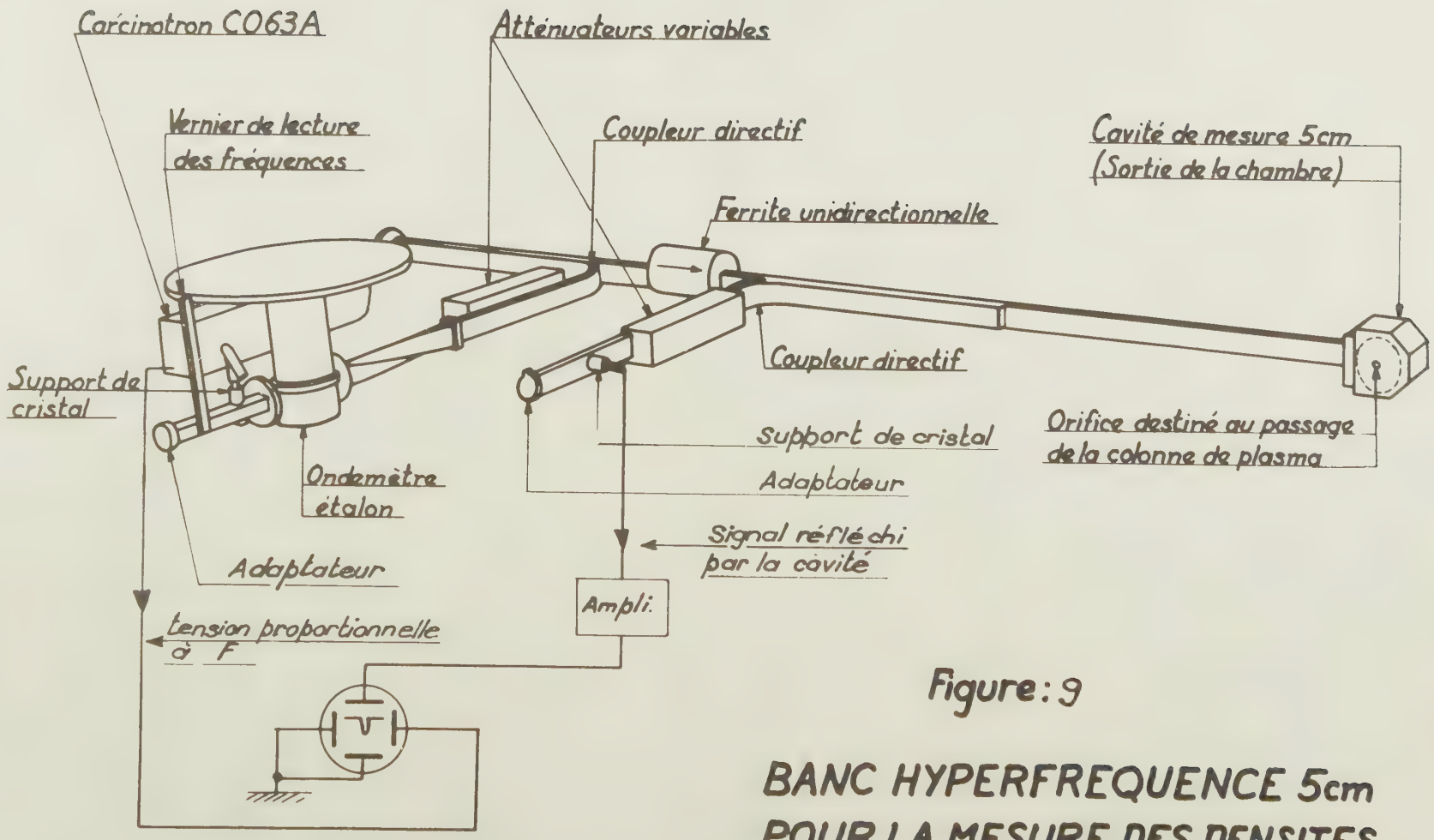
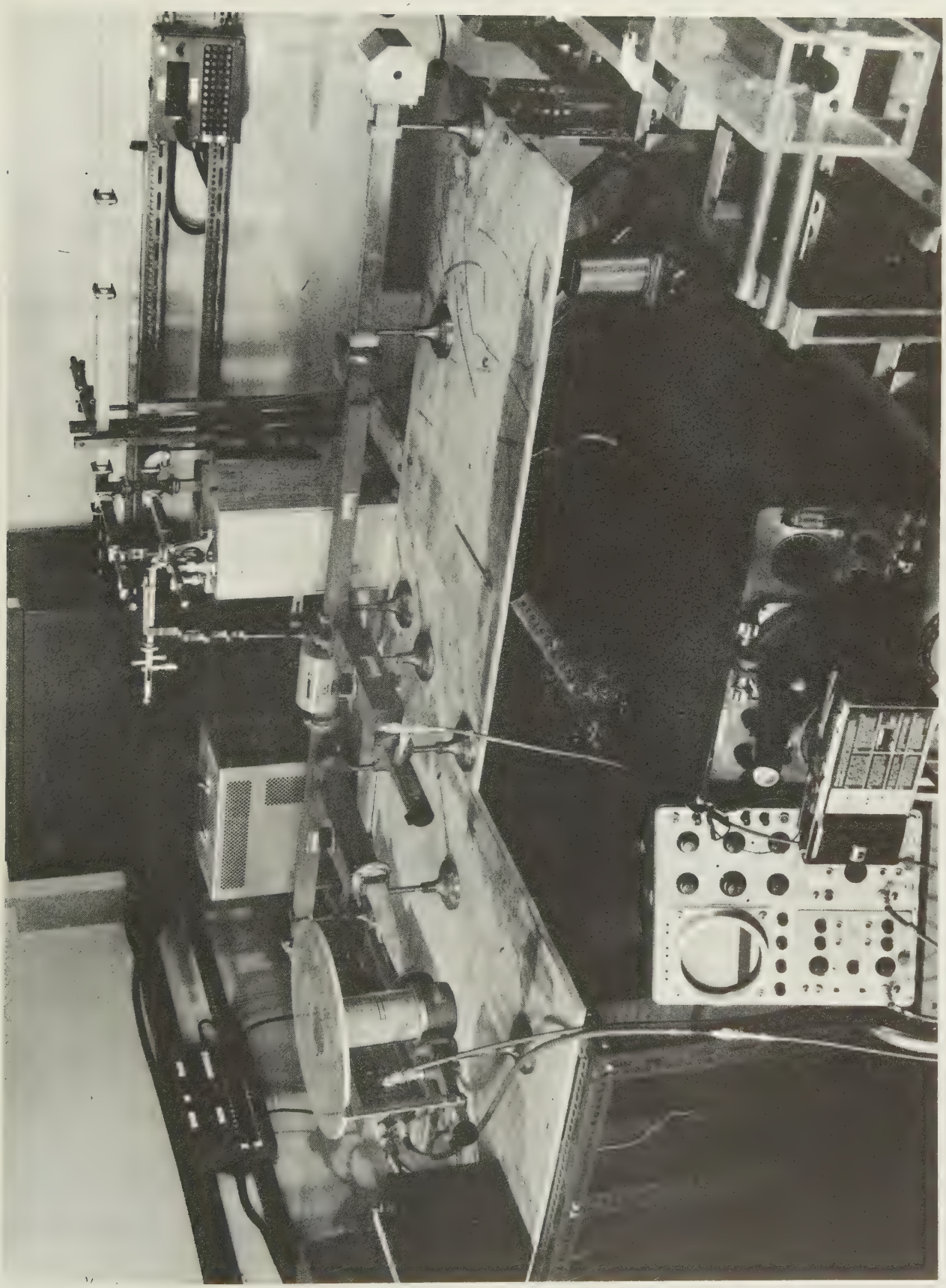
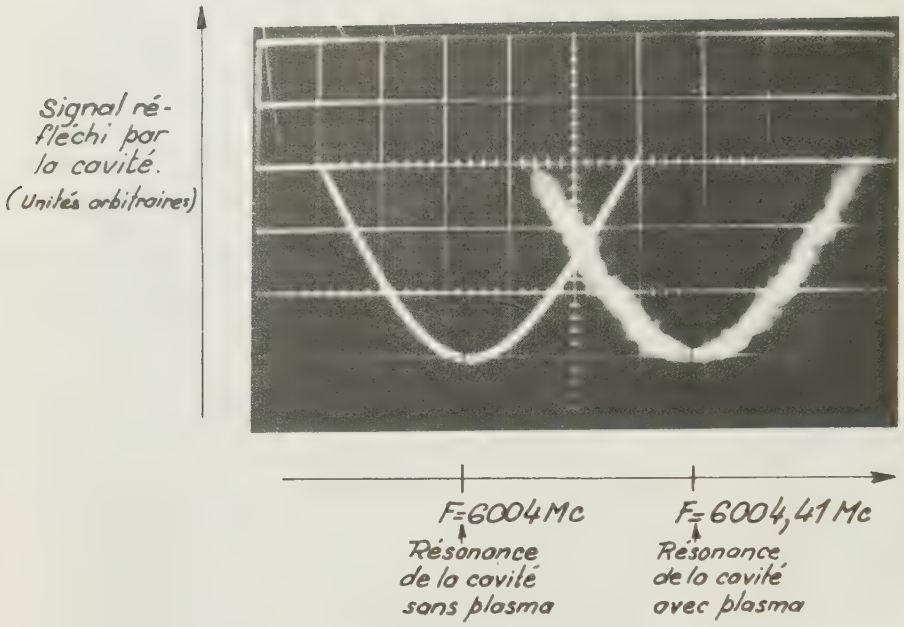


Figure : 9

BANC HYPERFREQUENCE 5cm POUR LA MESURE DES DENSITES ELECTRONIQUES





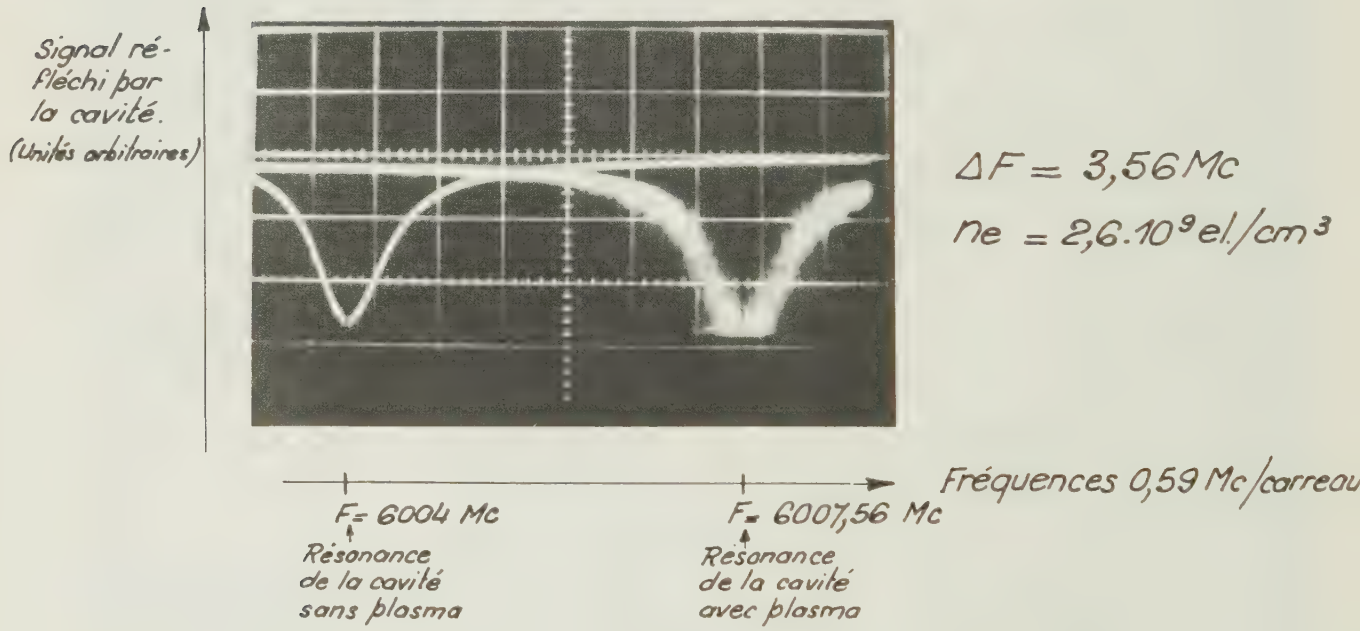


Figure 10

EXEMPLES DE MESURES DE DENSITES ELECTRONIQUES A L'AIDE DE LA CAVITE 5cm (PLASMA CREE PAR LE FAISCEAU)

Nous disposons ainsi d'une méthode de mesure absolue de la densité électronique d'une colonne de plasma ou d'un faisceau. Des fluctuations de densité de 2 à 5% sont facilement décelables par cette méthode, mais la principale source d'incertitude sur la valeur de la densité électronique est liée au profil radial de celle-ci. Les résultats ci-dessus ont été établis en supposant un profil de densité carré, ce qui est bien justifié dans le cas d'un faisceau ou d'un plasma créé par un faisceau dans un champ magnétique fort, mais peut s'écarter de la réalité dans un champ magnétique très faible lorsque la vitesse de diffusion du plasma devient importante.

Dans le cas d'un faisceau d'électrons, la densité électronique a été également mesurée à partir du courant électronique. Celui-ci est collecté sur une plaque escamotable. En supposant le faisceau homogène et de diamètre 1 cm, la densité électronique est liée à l'intensité I et à la tension d'accélération V par la relation :

$$n_{f\ el/cm^3} = \frac{1,27 \cdot 10^8\ I_{mA}}{\sqrt{V_{volts}}}$$

Cette méthode a conduit à des résultats en accord satisfaisant avec ceux donnés par les cavités. Les écarts entre les valeurs données par ces deux méthodes sont en effet de 20 %.

Analyse de la distribution de vitesses du faisceau.

La fonction de distribution du faisceau a été l'objet de mesures dans le cas de l'expérience faisceau-plasma. Dans ce but, un analyseur électrostatique d'énergie a été placé sur le trajet du faisceau après la traversée du plasma, c'est-à-dire après le deuxième diaphragme. Dans le montage collision de deux faisceaux, cette analyse n'a pu être faite car la présence de l'analyseur d'énergie était incompatible avec celle du deuxième canon.

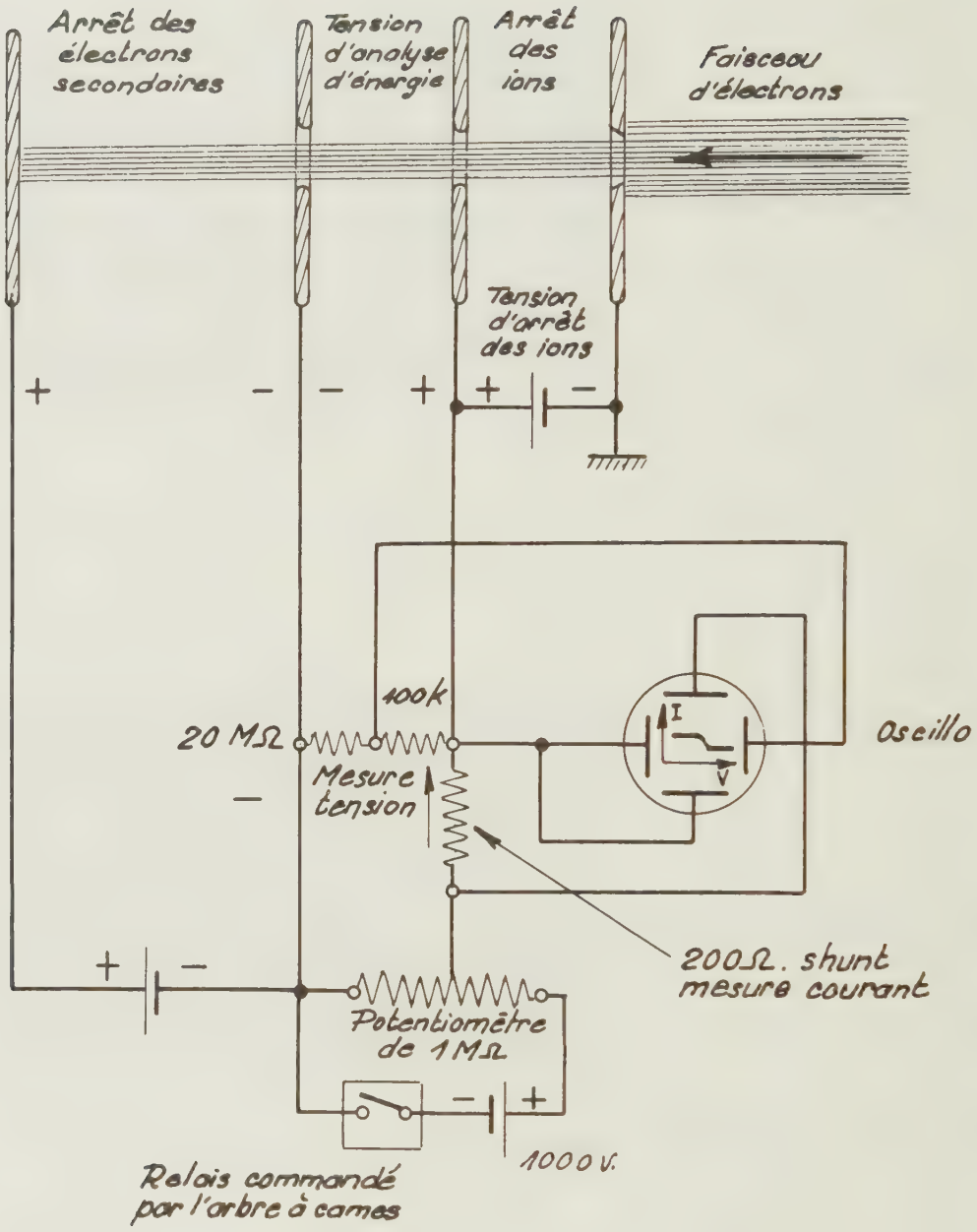


fig. 11

ANALYSEUR ELECTROSTATIQUE D'ENERGIE

Le principe de la mesure consiste à opposer au faisceau incident une barrière de potentiel réalisée à l'aide d'une électrode portée à un potentiel négatif variable (fig. 11). Le courant qui pénètre dans l'analyseur a pour valeur :

$$J_+ = \int_0^\infty e\, f(v_{/\!/})\, v_{/\!/}\, dv_{/\!/}$$

$f(v_{/\!/})$: fonction de distribution à mesurer, $v_{/\!/}$: vitesse parallèle à B_o.
La barrière de potentiel réfléchit vers le plasma les électrons de vitesse inférieure à v_1, et le courant réfléchi s'écrit :

$$J_- = \int_0^{v_1} e\, f(v_{/\!/})\, v_{/\!/}\, dv_{/\!/}$$

D'où le courant collecté :

$$J_c = J_+ - J_- = \int_{v_1}^\infty e\, f(v_{/\!/})\, v_{/\!/}\, dv_{/\!/}$$

La fonction de distribution s'obtient en faisant varier v_1 et en écrivant :

$$\boxed{f(v_1) = -\frac{m}{e} \cdot \frac{dJ_c}{m\, v_1\, dv_1} = -\frac{m}{e} \cdot \frac{dJ_c}{dE_1}}$$

avec $E_1 = \frac{1}{2} m\, v_1^2$.

Entre les électrodes I et II est appliquée une différence de potentiel de quelques volts destinée à arrêter les ions du plasma qui franchissent l'orifice d'entrée de l'analyseur. Pour des raisons de commodité de mise à la masse, cette tension n'a pas toujours été appliquée. L'axe origine est alors décalé d'une quantité égale au courant ionique.

Entre les électrodes II et III est appliqué le potentiel variable destiné à l'analyse d'énergie. Les électrodes III et IV collectent le courant

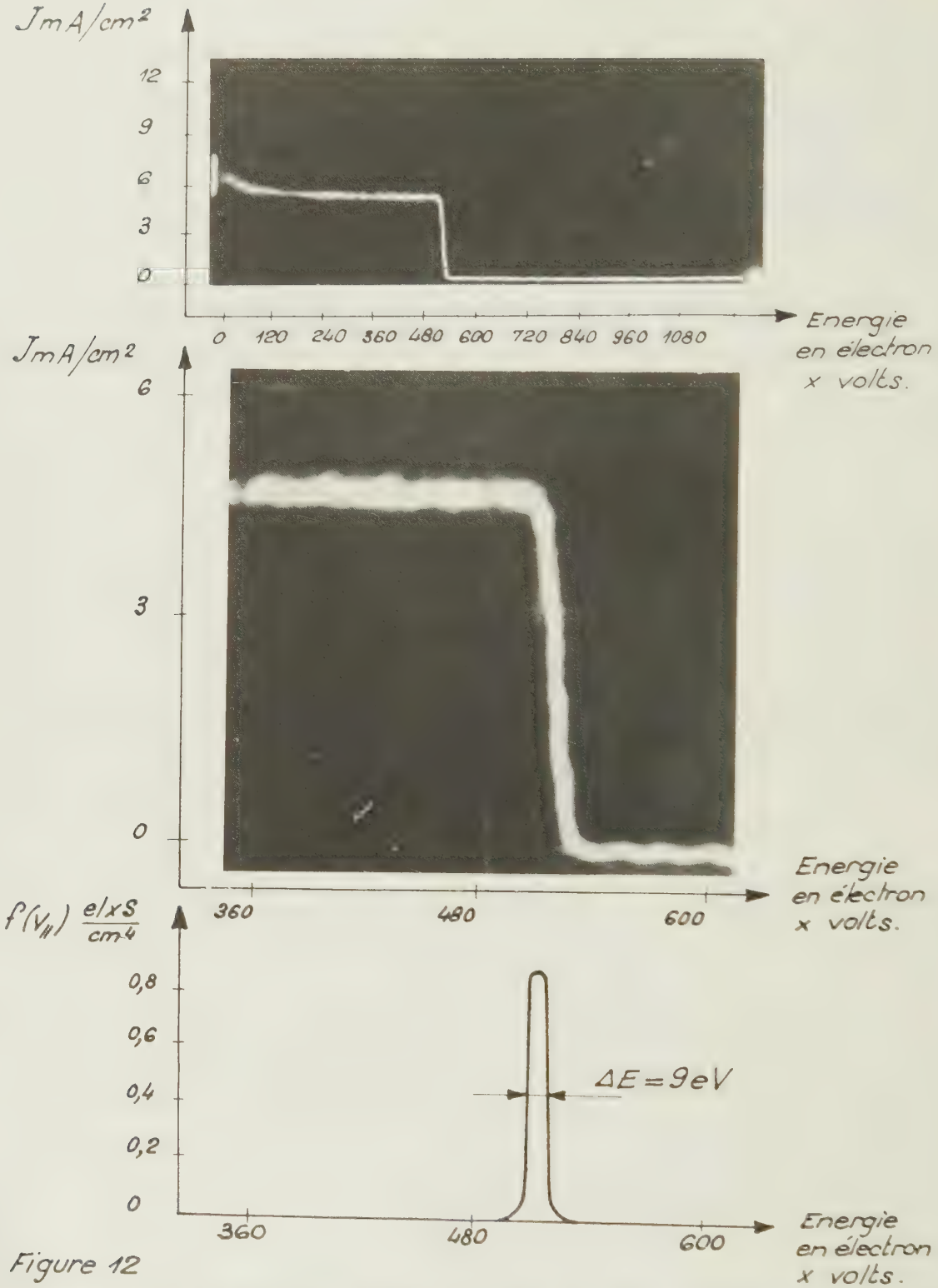


Figure 12

EXEMPLE DE RELEVE DE LA DISTRIBUTION DE VITESSES DU FAISCEAU (SANS PLASMA)

électronique J_c entre elles est appliquée une différence de potentiel de quelques centaines de volts destinée à éviter le retour vers le plasma, des électrons secondaires arrachés à la plaque IV.

Une difficulté liée au principe même de cet analyseur est d'éviter que le faisceau d'électrons réfléchis J_- ne retourne vers le plasma et ne joue un rôle dans l'excitation d'oscillations par un mécanisme de contre réaction analogue à celui signalé dans l'expérience de Looney et Brown. Cet effet a été réduit sans être complètement éliminé en réduisant le diamètre de l'orifice d'entrée de l'analyseur. Le diamètre de l'orifice a été choisi égal à 1 mm, ce qui réduit l'intensité du faisceau réfléchi à $\frac{1}{100^e}$ de celle du faisceau incident.

La figure 12 représente un exemple d'analyse de la distribution de vitesses du faisceau dans un cas où il n'y avait pas de plasma dans la chambre d'interaction. Il est ainsi possible de vérifier que le faisceau est raisonnablement monocinétique, ce qui justifie l'hypothèse de faisceaux froids faite au chapitre II.

Mesure du spectre de fréquences.

Les oscillations excitées sont décelées à l'aide de deux sondes de Langmuir, l'une d'entre elles peut être déplacée le long du faisceau pour les études de variations spatiale de l'amplitude, l'autre est fixe et sert de référence. Le signal H.F. est transmis à l'intérieur de l'enceinte par une ligne coaxiale souple permettant le déplacement de la sonde mobile. L'isolement intérieur de ce coaxial est assuré à l'aide de perles de verre ce qui lui permet un dégazage réduit dans l'enceinte à vide. La traversée de l'enceinte se fait à l'aide d'un connecteur coaxial étanche, construit à cet effet. L'ensemble de la ligne (20 cm) et du connecteur coaxial étanche,

fermé sur une impédance de 50Ω apporte une atténuation du signal, inférieure à 3 db pour des fréquences inférieures à 3.000 Mc. Le spectre des fréquences reçues est étudié à l'aide d'analyseurs de spectre conventionnels munis des filtres passe-bande appropriés pour éviter les indéterminations de lecture. Plusieurs types de mesure ont été effectués :

a - Analyse du spectre en régime permanent.

Pour cela nous avons utilisé l'analyseur de spectre Polarad SA 84 W permettant d'analyser des fréquences comprises entre 10 Mc et 44.000 Mc avec une dispersion de 70 Mc. La sensibilité de l'appareil dans la bande utilisée 10 Mc 3.000 Mc est de l'ordre de 80 à 110 db.mw.

b - Analyse du spectre en régime d'impulsion.

Pour les études de temps de croissance, nous avons à étudier en régime d'impulsions répétées, la montée du signal à une fréquence donnée. Nous avons utilisé, à cet effet, l'analyseur synchroscope Polarad TSAS, lequel fonctionne comme amplificateur sélectif de gain élevé (sensibilité 90 db. mw, largeur de la bande reçue : 5 Mc).

c - Variation dans l'espace du signal à une fréquence donnée.

L'appareil mentionné en b a également permis l'étude de la variation spatiale de l'amplitude du signal à une fréquence de préaffichée, au cours du déplacement de la sonde mobile le long des faisceaux, c'est ainsi que furent étudiées les ondes stationnaires.

CHAPITRE IV

ÉTUDE DE LA COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ÉLECTRONS

La discussion présentée au chapitre II montre que la collision de deux faisceaux d'électrons identiques et de vitesses opposées constitue une situation expérimentale particulièrement intéressante, notamment pour deux raisons :

a - parce que les interactions "cyclotron-cyclotron" et "plasma-plasma" se produisent, comme nous l'avons vu, à une fréquence nulle dans le repère du laboratoire et ne sont donc pas visibles dans le domaine des hyperfréquences. Dans la plupart des cas, d'ailleurs, les densités de faisceau sont suffisamment faibles pour que l'interaction "plasma-plasma" s'élimine totalement, la condition de stabilité

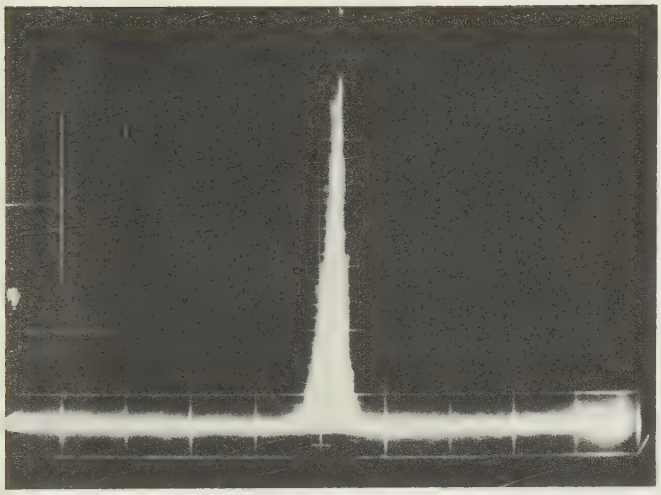
$$U_c^2 > \frac{a^2 \omega_p^2}{P_{n\gamma}^2}$$

étant satisfaite. Il ne subsiste donc que deux mécanismes d'instabilité haute fréquence : les interactions "plasma_I-cyclotron_{II}" et "cyclotron_I-plasma_{II}".

b - Parce que la symétrie des rôles joués par le faisceau I et le faisceau II, impose à ces deux mécanismes d'instabilité de conduire au développement de deux ondes identiques mais de vitesses de phase opposées. De plus, si l'on tient compte du fait que les parois métalliques situées à chaque extrémité de la chambre imposent à chacune de ces ondes les mêmes conditions aux limites, nous sommes en droit d'attendre que ces deux ondes "cyclotroniques" de fréquence sensiblement égale à $\frac{\omega_{ce}}{2}$, se composent pour former un système d'ondes stationnaires. Ce ne sont donc pas deux mécanismes différents que l'on peut espérer, mais un seul. Un autre avantage lié au caractère stationnaire du système d'ondes, sera de permettre la mesure des longueurs d'onde en explorant le système double faisceau à l'aide de la sonde mobile. Si le système double faisceau était terminé par deux plaques conductrices, ces conditions aux limites imposeraient au champ électrique d'être dirigé suivant l'axe aux deux extrémités, et par conséquent il devrait exister un noeud de charge d'espace en ces points. Dans la réalité, à chaque extrémité se trouve un canon à électrons, qui ne se comportera comme une paroi plane, que pour des longueurs d'onde grandes par rapport aux dimensions de l'orifice de l'anode; mais ce sera le cas dans les expériences qui suivent.

1 - Etude des fréquences excitées.

L'analyse du spectre des fréquences spontanément excitées dans le système double-faisceau a été effectuée en régime continu; elle a révélé l'existence d'une raie en général très fine au voisinage de la demi-fréquence cyclotronique des électrons, dont l'amplitude pouvait devenir très grande pour certaines valeurs appropriées du champ magnétique et de la tension appliquée aux canons. La puissance correspondante collectée par



407,5 Mc — 395 Mc — 382,5 Mc

Bo = 300 gauss $\frac{1}{2}$ Fce = 420 Mc

Fréquence centrale = 395 Mc dispersion = 25 Mc

Courant électronique I = 20 mA / faisceau

Energie des faisceaux E = 2000 eV

Fig. 1

ANALYSE DU SPECTRE

AU VOISINAGE DE LA FREQUENCE D'INTERACTION

la sonde fermée sur une impédance de 50 était de l'ordre de 10 à 20 milliwatts. La figure 1 montre une photographie de la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$ observée dans les conditions suivantes :

B_o = 300 Gauss ;
énergie des faisceaux : E = 2.000 eV ;
densité électronique : $n_e = 5,6 \cdot 10^7$ el/cm^3.

La raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$ a pu être observée pour des valeurs du champ magnétique situées dans une plage relativement étendue comme le montre la figure 2 . Les points figurant sur cette courbe ont été obtenus pour différentes valeurs du champ magnétique, de la tension d'accélération et de la densité électronique des faisceaux. Cette dernière était, en général, comprise entre 1 et $5 \cdot 10^7$ el/cm^3. L'amplitude de la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$ pouvait passer par des maxima lorsque l'on faisait varier le champ magnétique ou la tension d'accélération. Nous reviendrons plus loin sur ce point. Par contre, la fréquence de la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$ n'était sensible qu'aux variations de champ magnétique et n'était pratiquement pas influencée par la tension d'accélération des faisceaux. Les points portés sur la courbe figure 2 correspondent à des valeurs de B_o et de la tension d'éccélération ajustées pour obtenir un maximum d'amplitude de la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$. Pour une tension d'accélération de 500 volts, cette raie a été observée entre B_o = 63 Gauss et B_o = 125 Gauss (tableau 1); pour une tension de 1000 volts, elle a été observée entre B_o = 83 Gauss et B_o = 208 Gauss (tableau 2); pour une tension de 1500 volts, elle a été observée entre B_o = 99 Gauss et B_o = 224 Gauss (tableau 3) et pour une tension de 2000 volts, elle a été observée entre B_o = 93 Gauss et B_o = 306 Gauss (tableau 4). Ainsi, pour chaque valeur de la tension d'accélération, cette onde s'est développée spontanément dans un domaine de champ magnétique compris entre deux valeurs extrêmes $B_{o\,max}$ et $B_{o\,min}$ dont

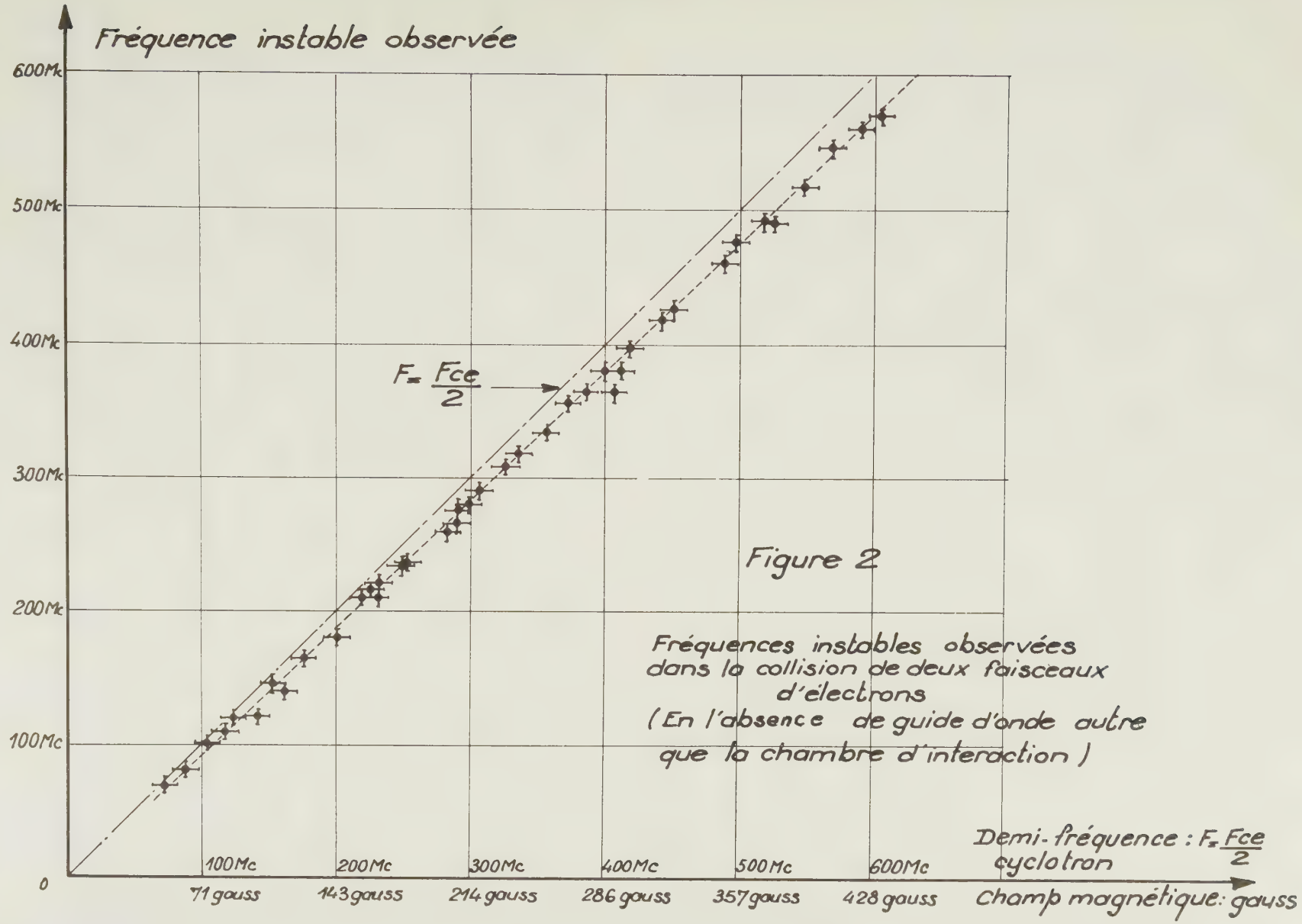


Figure 2

Fréquences instables observées dans la collision de deux faisceaux d'électrons (En l'absence de guide d'onde autre que la chambre d'interaction)

nous discuterons plus loin la signification physique.

Pour $B_o < B_{o\,min}$, aucune raie n'était en général observée et pour $B_o > B_{o\,max}$ la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$ disparaissait progressivement dans le bruit de fond.

L'incertitude associée aux mesures de fréquences est due aux performances de l'analyseur de spectre, elle est évaluée à $\frac{\Delta F}{F} = \pm 1\%$. Une incertitude plus importante existe sur la mesure du champ magnétique et donc sur F_{ce}, cette incertitude est liée en partie à l'inhomogénéité du champ magnétique($\frac{\Delta F_{ce}}{F_{ce}} = 6\ \%$ dans les premières mesures et $\frac{\Delta F_{ce}}{F_{ce}} = 3\%$ après correction des effets de bouts); l'autre source d'incertitude sur la valeur du champ magnétique est liée à l'étalonnage et à la mesure de celui-ci ($\frac{\Delta F_{ce}}{F_{ce}} = \pm 1,5\%$ pour $B_o = 500$ Gauss et $\frac{\Delta F_{ce}}{F_{ce}} = \pm 10\%$ pour $B_o = 50$ Gauss.

Mentionnons également, qu'outre la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$, l'analyse de spectre a révélé l'existence d'autres raies. Ainsi, dans un certain nombre de cas, des raies dont la fréquence ne dépendait ni de la tension d'accélération, ni de la valeur du champ magnétique ont été observées. Ces raies à fréquence fixe semblent liées à des résonances de la cavité constituée par la chambre d'interaction dont la fréquence fondamentale est 200 Mégacycles. Leur apparition correspondait à des valeurs très critiques de B_o et U_o. Elles disparaissaient, en général, lorsque U_o et B_o étaient ajustés de façon à optimiser l'amplitude de la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$. A ce moment apparaissait fréquemment une autre raie à la fréquence cyclotronique des électrons et d'amplitude généralement plus faible (de l'ordre de 10 db) que celle de la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$. La présence de la raie ω_{ce} n'est pas prévue par le modèle exposé au chapitre II, lorsque le système ne comprend que deux faisceaux

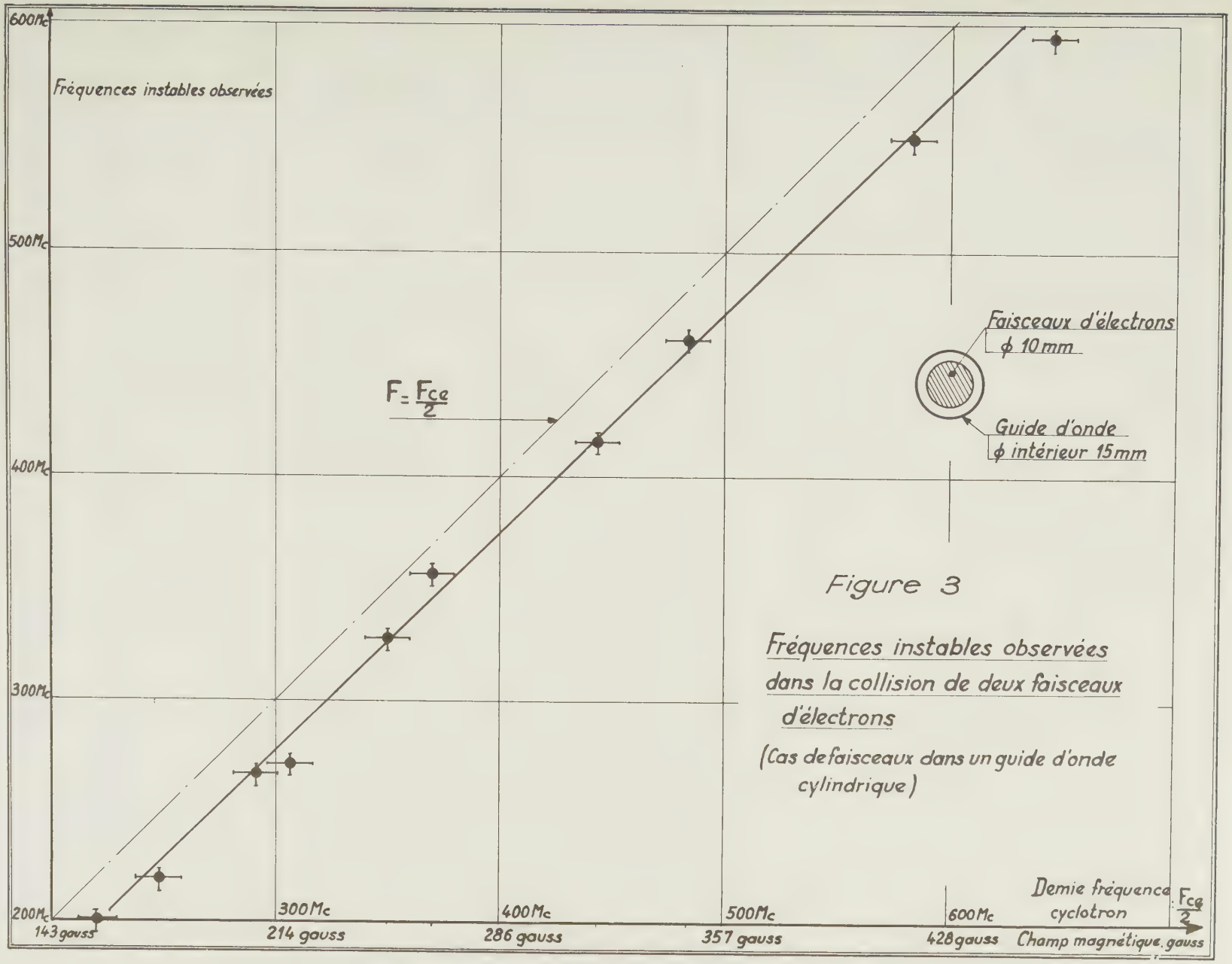


Figure 3

Fréquences instables observées dans la collision de deux faisceaux d'électrons

(Cas de faisceaux dans un guide d'onde cylindrique)

d'électrons. Elle peut cependant s'expliquer, soit en faisant appel à un effet de grande amplitude, soit en faisant appel à une troisième assemblée constituée par des électrons au repos résultant par exemple de l'ionisation du gaz résiduel par les faisceaux. Ces électrons sont confinés entre les deux canons et ne peuvent s'échapper que par diffusion radiale. Une telle assemblée, même si elle est de densité très faible, est instable à la fréquence F_{ce} en présence des faisceaux.

2 - Faisceaux dans un guide cylindrique.

Dans une autre série d'expériences, le système double-faisceau a été placé dans un tube de cuivre de diamètre 15 mm, de façon à se rapprocher de la situation dans laquelle le diamètre de la paroi métallique est égal à celui du système double-faisceau. Il a été vu, en effet, au chapitre II, que dans ce cas, l'équation de dispersion des ondes quasi-électrostatiques prend une forme aussi simple qu'en milieu infini, ce qui n'est pas vrai lorsqu'il existe un milieu annulaire entre les faisceaux et la paroi métallique. La figure 3 représente la variation des fréquences observées en présence du guide d'onde cylindrique. Les résultats sont essentiellement les mêmes que ceux obtenus en l'absence de guide. Mentionnons toutefois, que le guide a joué un rôle stabilisateur, se manifestant par une élévation d'un facteur deux environ du seuil de la densité électronique nécessaire pour déclencher le mécanisme d'oscillation à la fréquence $\frac{\omega_{ce}}{2}$.

3 - Mesure directe de la longueur d'onde (en l'absence de guide).

L'exploration spatiale du système double-faisceau, à l'aide

de la sonde mobile nous a fourni une méthode directe de mesure de la longueur d'onde des oscillations. La figure 4 schématise le montage utilisé. L'analyseur de spectre est calé sur la fréquence instable, c'est-à-dire, sensiblement $\frac{\omega_{ce}}{2}$, pendant le déplacement de la sonde (3 à 5 secondes). Le rôle de l'analyseur de spectre est ici celui d'un filtre passe-bande ($\Delta F \sim 1$ Mc). Le signal délivré proportionnel à l'amplitude de la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$ est porté sur les plaques de déflexion verticale d'un oscilloscope dont les plaques de déflexion horizontale reçoivent une tension proportionnelle à la course de la sonde. Sur l'écran de l'oscilloscope apparaît donc l'amplitude de l'onde en fonction de la position. Sur la figure 4 est également représenté un enregistrement ainsi obtenu. L'allure de sinusoïde redressée provient d'un effet de détection apporté par la méthode de mesure. Le caractère stationnaire des ondes excitées apparaît nettement sur cet enregistrement. La distance entre deux maxima correspond à une demi-longueur d'onde. Il a été possible de faire varier la longueur d'onde des oscillations en agissant sur la valeur du champ magnétique et sur la valeur de la vitesse des faisceaux. Il a été ainsi observé jusqu'à 30 ventres d'ondes stationnaires sur la longueur de la chambre. Quelques exemples d'enregistrements d'ondes stationnaires sont représentés sur les figures 5, 6, 7 et 8 qui correspondent à des énergies de faisceaux respectivement de 500, 1000, 1500 et 2000 eV. Il est ainsi possible de vérifier que la longueur d'onde augmente avec l'énergie des faisceaux lorsque B_o est fixe; et qu'elle diminue lorsque B_o croît, l'énergie des faisceaux étant fixée. Les tableaux I à IV indiquent les conditions expérimentales relatives à quelques-unes des mesures effectuées. Dans ces tableaux figurent les longueurs d'onde mesurées pour différentes valeurs du champ magnétique. La dernière colonne donne les valeurs de $\frac{U_o}{\lambda}$ déduites de ces mesures, c'est-à-dire, à un facteur 2π près, la valeur expérimentale de $K_{/\!/} U_o$. La figure 13 représente les variations de $\frac{U_o}{\lambda}$ en fonction de $\frac{1}{2} F_{ce}$ et l'on voit que les points expé-

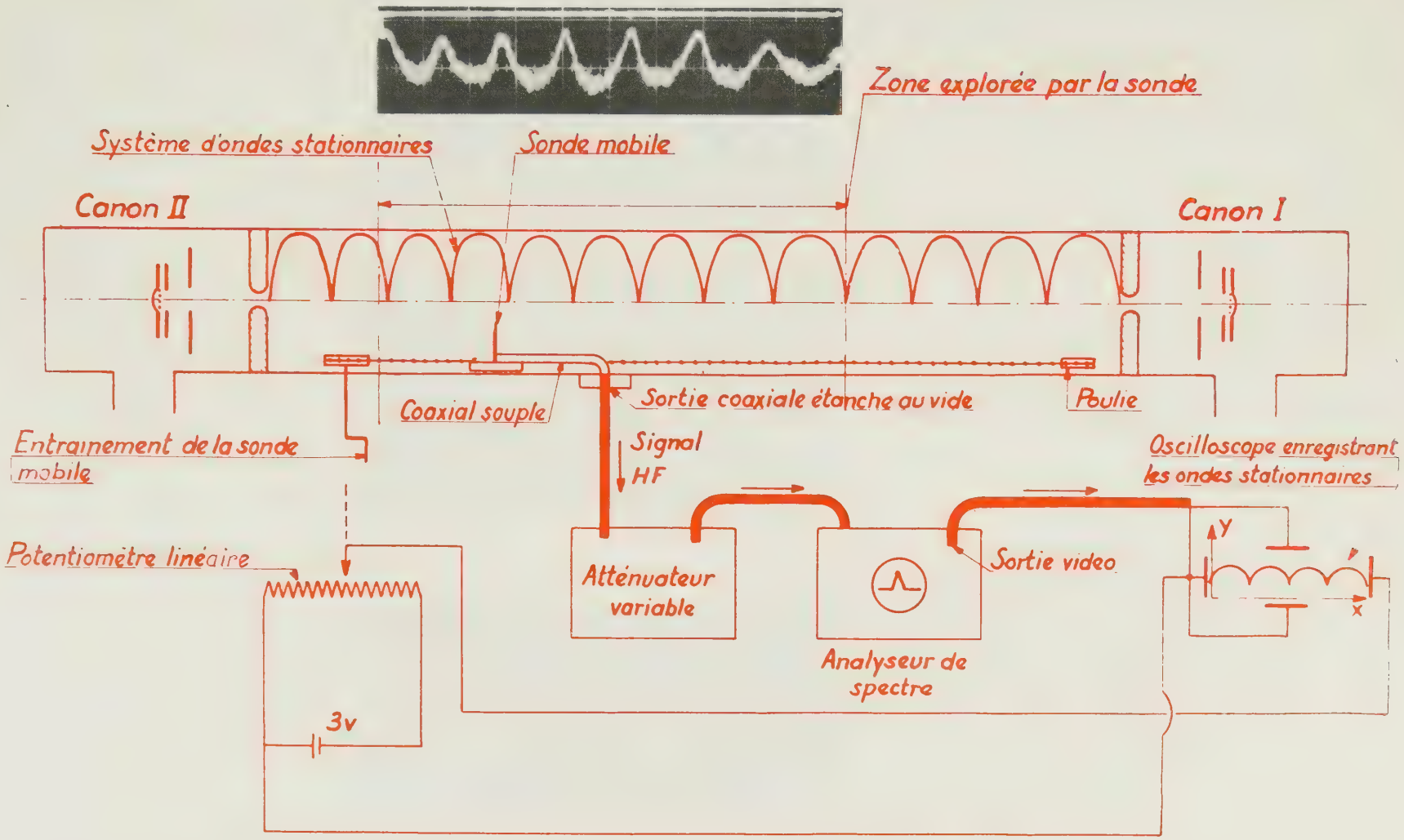

Zone explorée par la sonde
Système d'ondes stationnaires
Sonde mobile
Canon II
Canon I
Coaxial souple
Sortie coaxiale étanche au vide
Poulie
Entrainement de la sonde mobile
Signal HF
Oscilloscope enregistrant les ondes stationnaires
Potentiomètre linéaire
Atténuateur variable
Sortie video
Analyseur de spectre
3v
Y
X

Figure 4

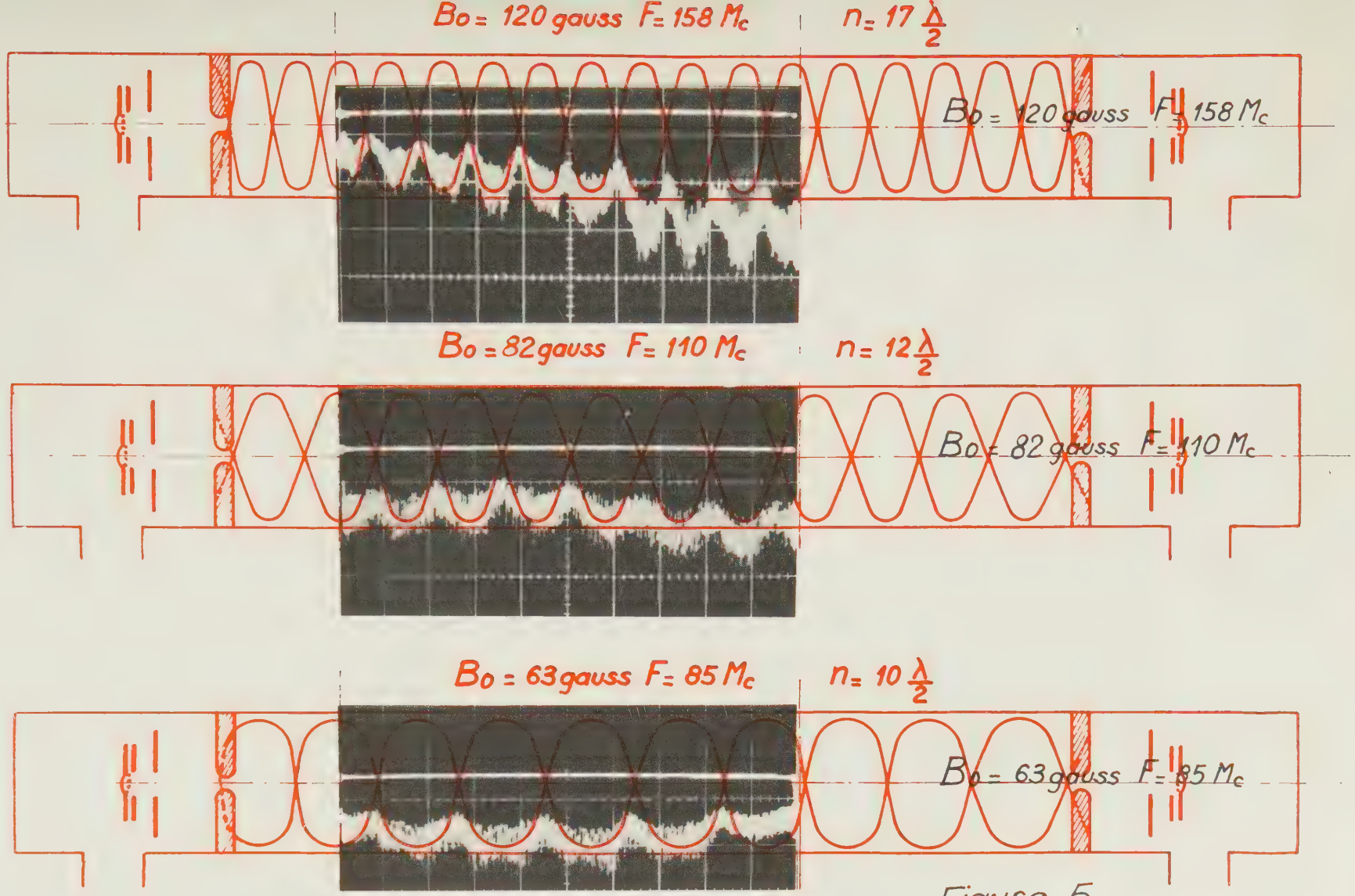


Figure 5

Collision de deux faisceaux d'électrons (Instabilité cyclotronique)

Relevés d'ondes stationnaires pour différents champs magnétiques

Tension d'accélération 500 volts - Courant transporté par faisceau 5 mA

Tableau : 1

COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS

(Instabilité cyclotronique)

Tension d'accélération :	500 volts	±5 %
Courant transporté par chaque faisceau :	$I = 5$ mA	±10 %
Densité électronique de chaque faisceau :	$n_e = 2{,}8 . 10^7$ el/cm³	±10 %
Vitesse dirigée des électrons :	$U_0 = 1{,}33 . 10^9$ cm/s	±2,5 %

Choc N°	Champ magnétique en gauss	$\frac{1}{2} F_{ce}$ Mc	Fréquence instable mesurée F. Mc	$\Delta F = \frac{1}{2} F_{ce} - F$ Mc	Nombre de $\frac{1}{2}\lambda$ dans la chambre	λ cm ±10 %	$\frac{U_0}{\lambda}$ ±12 % Mc
1	125	175	160	15	18	8,1	163
2	120	167	158	9	17	8,6	154
3	103	144	140	4	16	9,2	145
4	94	130	123	7	13	11	118
5	82	115	110	5	12	12	107
6	63,5	88,5	85	3,5	10	14	90

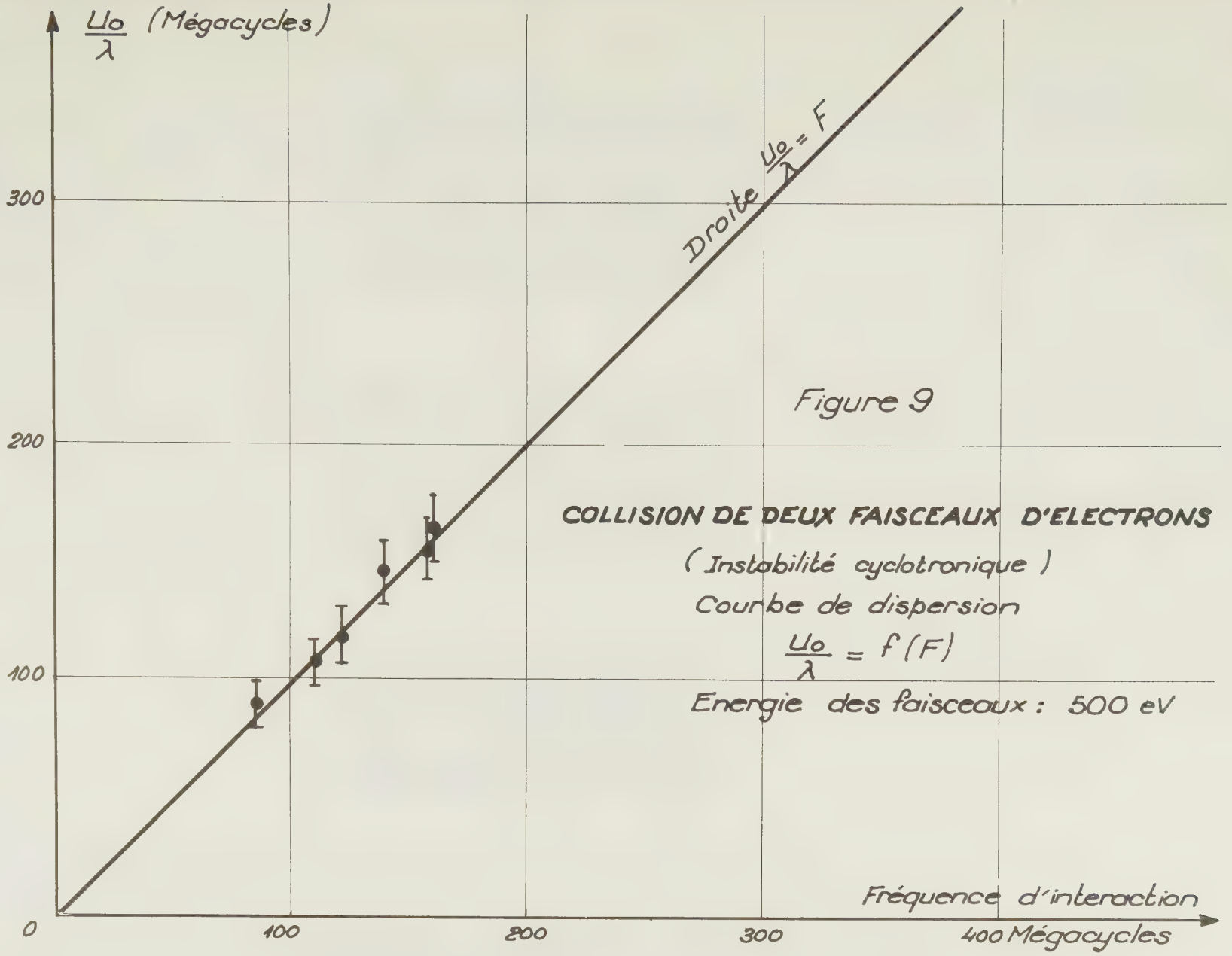


Figure 9

COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS

(Instabilité cyclotronique)

Courbe de dispersion

$\frac{U_0}{\lambda} = f(F)$

Energie des faisceaux : 500 eV

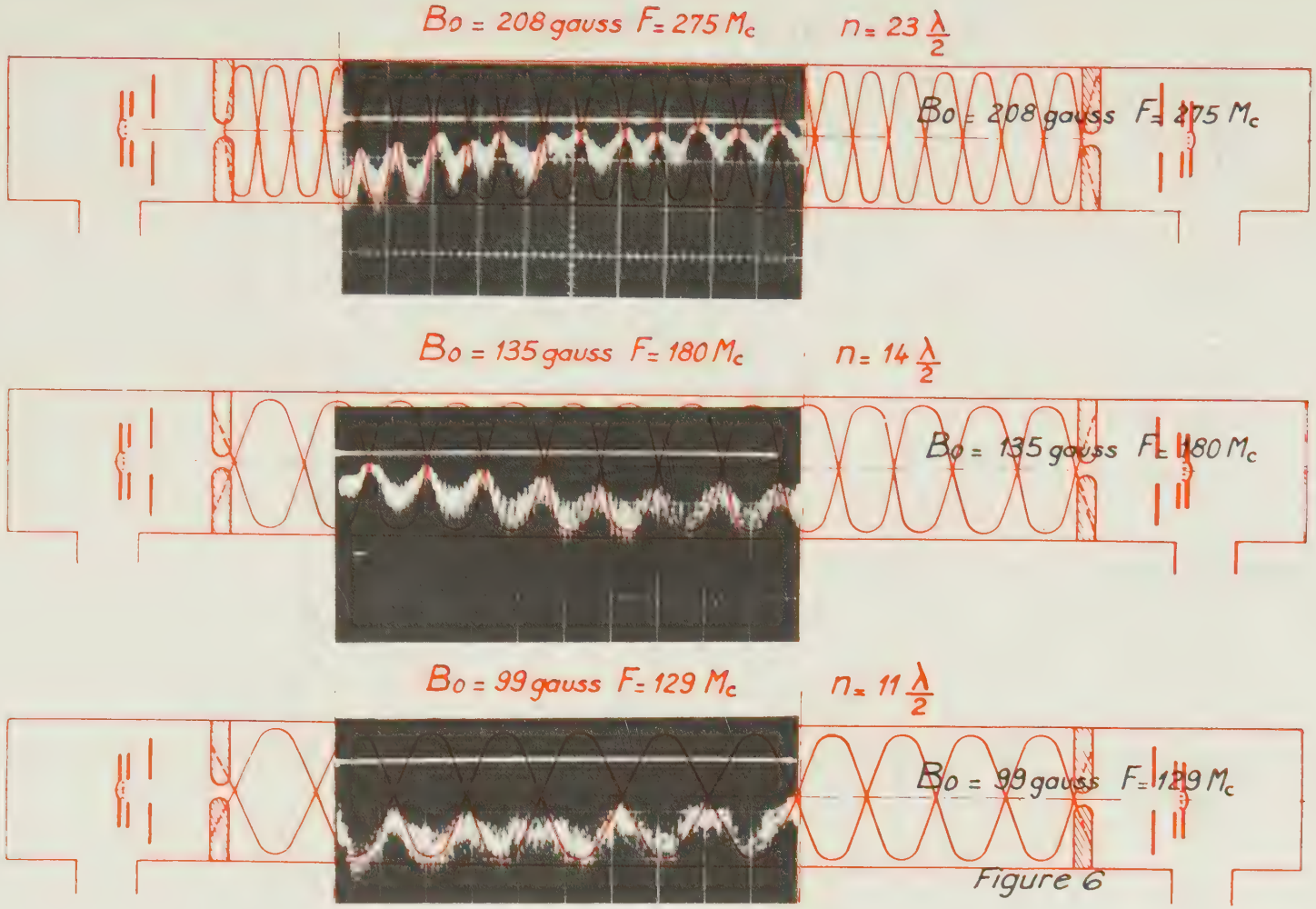


Figure 6

Collision de deux faisceaux d'électrons (Instabilité cyclotronique)

Relevés d'ondes stationnaires pour différents champs magnétiques

Tension d'accélération 1000 volts. Courant transporté par faisceau 11 mA

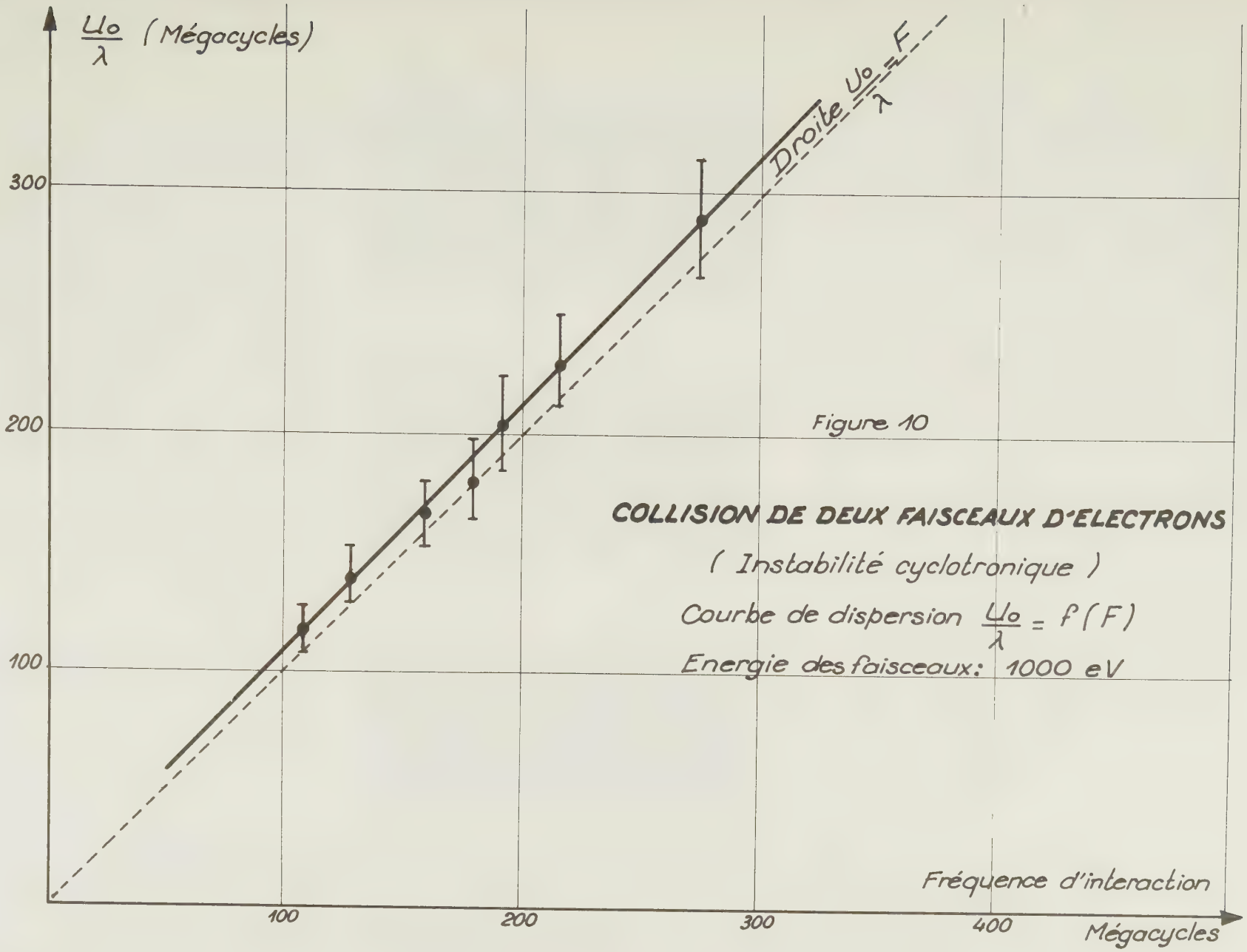
Tableau: 2

COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS

(Instabilité cyclotronique)

Tension d'accélération :	1000 volts	±5 %
Courant transporté par chaque faisceau :	$I = 11\,mA$	±10 %
Densité électronique de chaque faisceau :	$n_e = 4{,}5 \cdot 10^7\ el/cm^3$	±10 %
Vitesse dirigée des électrons :	$U_0 = 1{,}87 \cdot 10^9\ cm/s$	±2,5 %

Choc N°	Champ magnétique en gauss	$\frac{1}{2} F_{ce}$ Mc	Fréquence instable mesurée F.Mc	$\Delta F = \frac{1}{2} F_{ce} - F$ Mc	Nombre de $\frac{1}{2}\lambda$ dans la chambre	λ cm ± 10%	$\frac{U_0}{\lambda}$ ±12% Mc
1	208	292	275	17	23	6,4	290
2	165	231	216	15	18	8,2	230
3	145	203	192	11	16	9,2	204
4	135	188	180	8	14	10,5	179
5	125	174	160	14	13	11,3	166
6	99	138	129	9	11	13,4	140
7	83	116	110	6	9	16,4	116


$\frac{U_0}{\lambda}$ (Mégacycles)
300
200
100
100
200
300
400
Mégacycles
Droite $\frac{U_0}{\lambda} = F$
Figure 10
COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS
(Instabilité cyclotronique)
Courbe de dispersion $\frac{U_0}{\lambda} = f(F)$
Energie des faisceaux: 1000 eV
Fréquence d'interaction

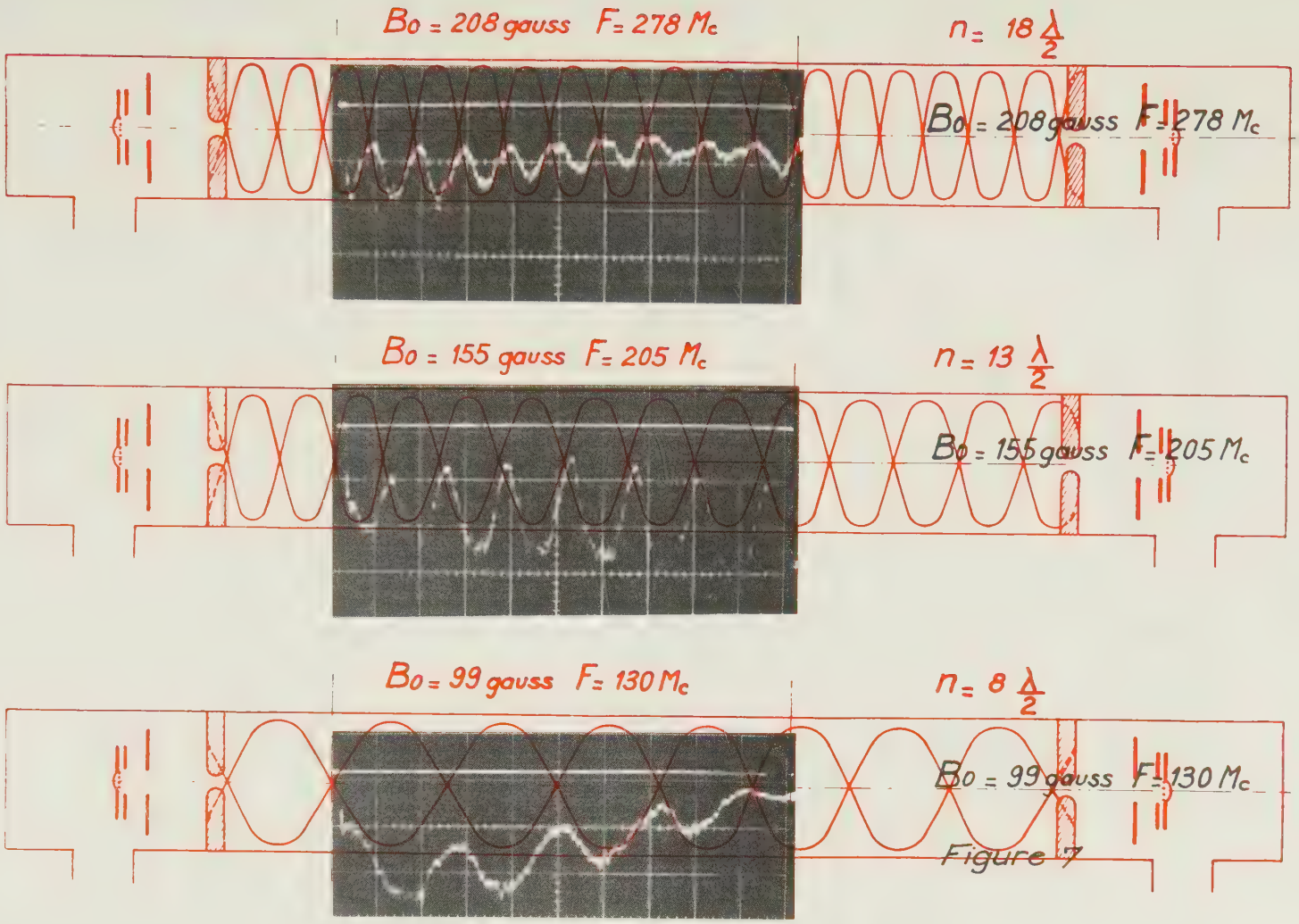


Figure 7

Collision de deux faisceaux d'électrons (Instabilité cyclotronique)

Relevés d'ondes stationnaires pour différents champ magnétique

Tension d'accélération 1500 volts - Courant transporté par faisceau 15 mA

Tableau : 3

COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS

(Instabilité cyclotronique)

Tension d'accélération : 1500 volts ±5%

Courant transporté par chaque faisceau : $I = 15$ mA ±10%

Densité électronique de chaque faisceau: $n_e = 5.10^7$ el/cm³ ±10%

Vitesse dirigée des électrons: $U_o = 2{,}3.10^9$ cm/s ±2,5%

Choc N°	Champ magnétique en gauss	$\frac{1}{2} F_{ce}$ Mc	Fréquence instable mesurée F. Mc	$\Delta F = \frac{1}{2} F_{ce} - F$ Mc	Nombre de $\frac{1}{2}\lambda$ dans la chambre	λ cm ±10%	$\frac{U_o}{\lambda}$ ±12% Mc
1	224	312	290	22	20	7,34	313
2	208	290	278	12	18	8,15	282
3	206	287	269	18	18	8,15	282
4	186	260	244	16	17	8,60	268
5	165	230	215	15	14	10,5	220
6	155	216	205	11	13	11,3	205
7	126	175	172	3	12	12,2	189
8	124	172	160	12	12	12,2	189
9	103	144	132	12	9	16,3	141
10	99	138	130	8	8	18,3	126

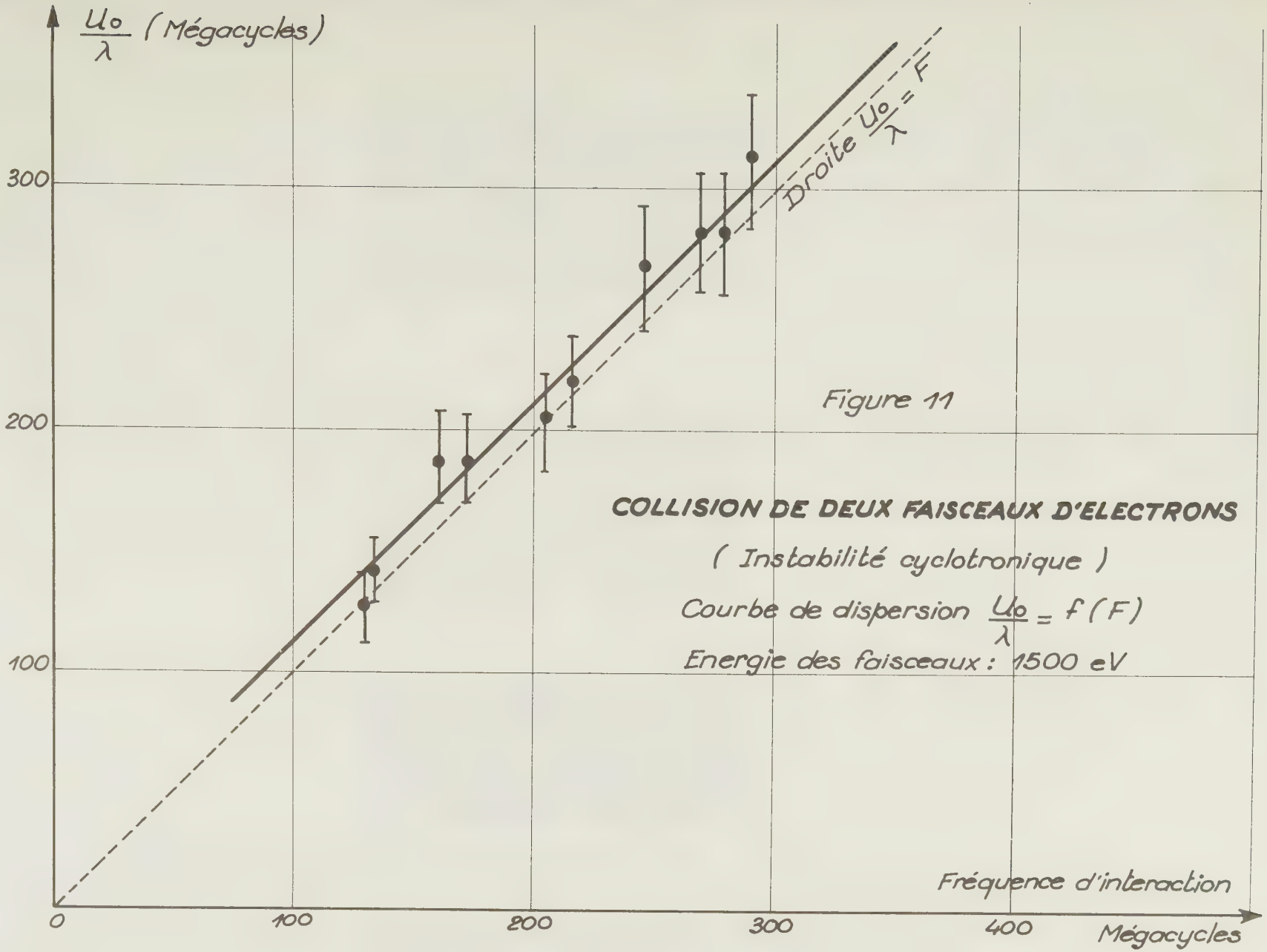


Figure 11

COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS

(Instabilité cyclotronique)

Courbe de dispersion $\frac{U_0}{\lambda} = f(F)$

Energie des faisceaux : 1500 eV

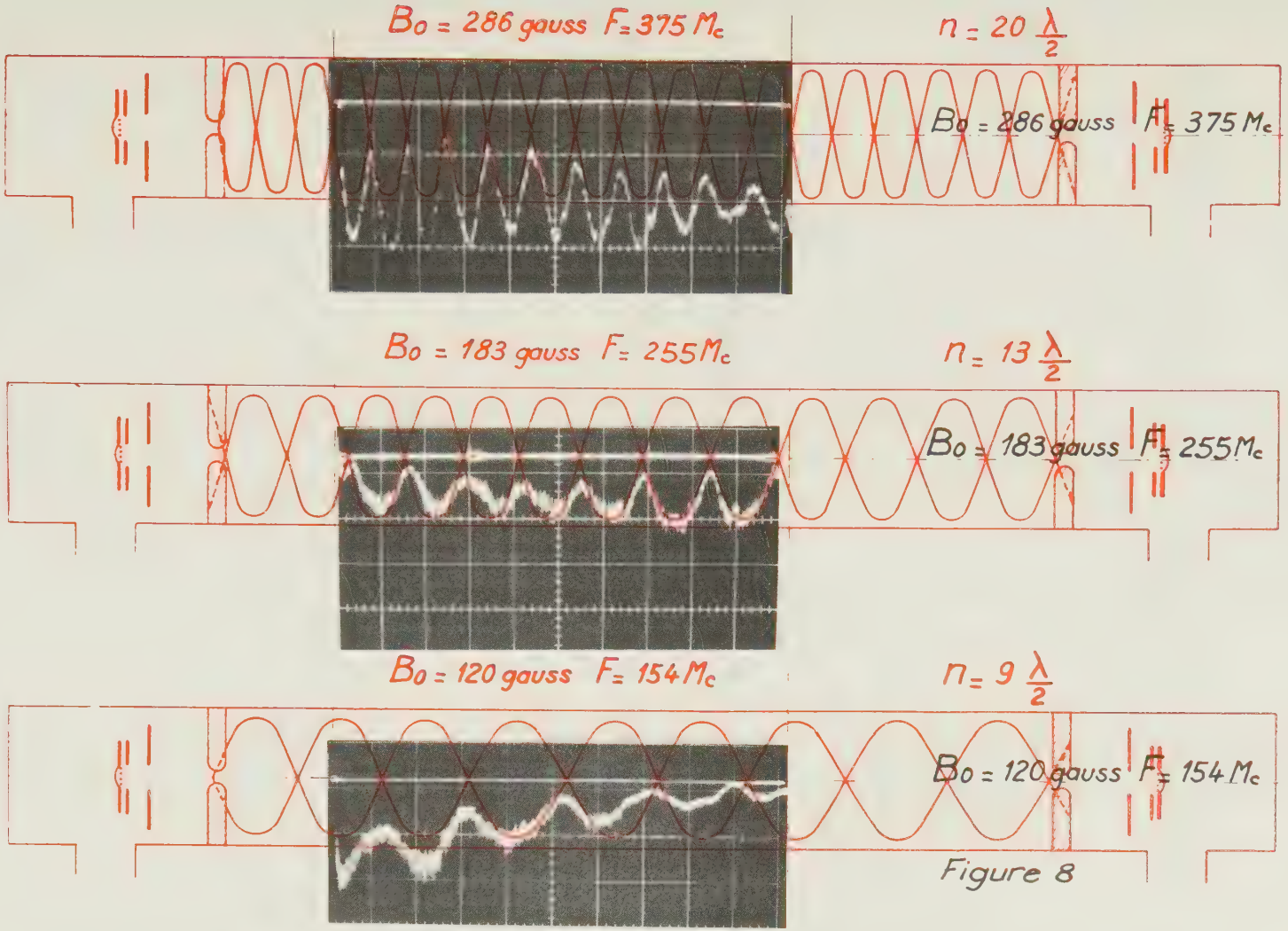


Figure 8

Collision de deux faisceaux d'électrons (Instabilité cyclotronique)

Relevés d'ondes stationnaires pour différents champ magnétique

Tension d'accélération 2000 volts . Courant transporté par faisceau 18 mA

Tableau : 4

COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS

(Instabilité cyclotronique)

Tension d'accélération :	2000 volts	± 5 %
Courant transporté par chaque faisceau :	$I = 18\,mA$	± 10 %
Densité électronique de chaque faisceau :	$n_e = 5.10^7\ el/cm^3$	± 10 %
Vitesse dirigée des électrons :	$U_0 = 2{,}66.10^9\ cm/s$	± 2,5 %

Choc N°	Champ magnétique en gauss	$\frac{1}{2} F_{ce}$ M_c	Fréquence instable mesurée F. M_c	$\Delta F = \frac{1}{2} F_{ce} - F$ M_c	Nombre de $\frac{1}{2}\lambda$ dans la chambre	λ cm ± 10 %	$\frac{U_0}{\lambda}$ ± 12 % M_c
1	306	427	395	32	22	6,65	400
2	286	400	375	25	20	7,3	365
3	224	325	295	30	17	8,6	310
4	203	284	269	15	15	9,77	272
5	203	284	267	17	14	10,5	255
6	183	255	242	13	13	11,3	235
7	166	232	216	16	12	12,4	214
8	125	174	162	12	10	14,7	181
9	120	167	154	13	9	16,3	163
10	104	145	120	25	8	18,4	145
11	93,5	136	106	30	7	21	126

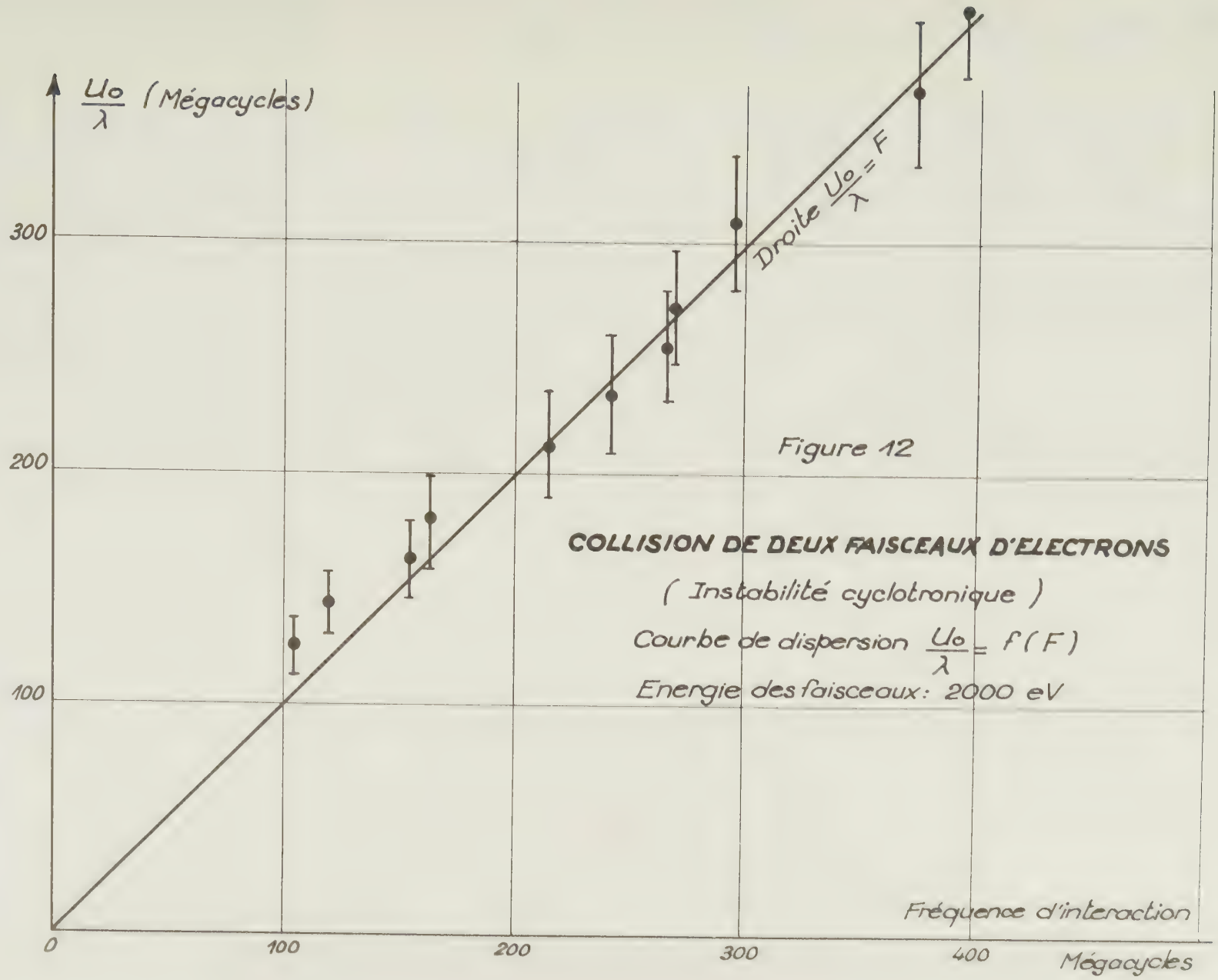


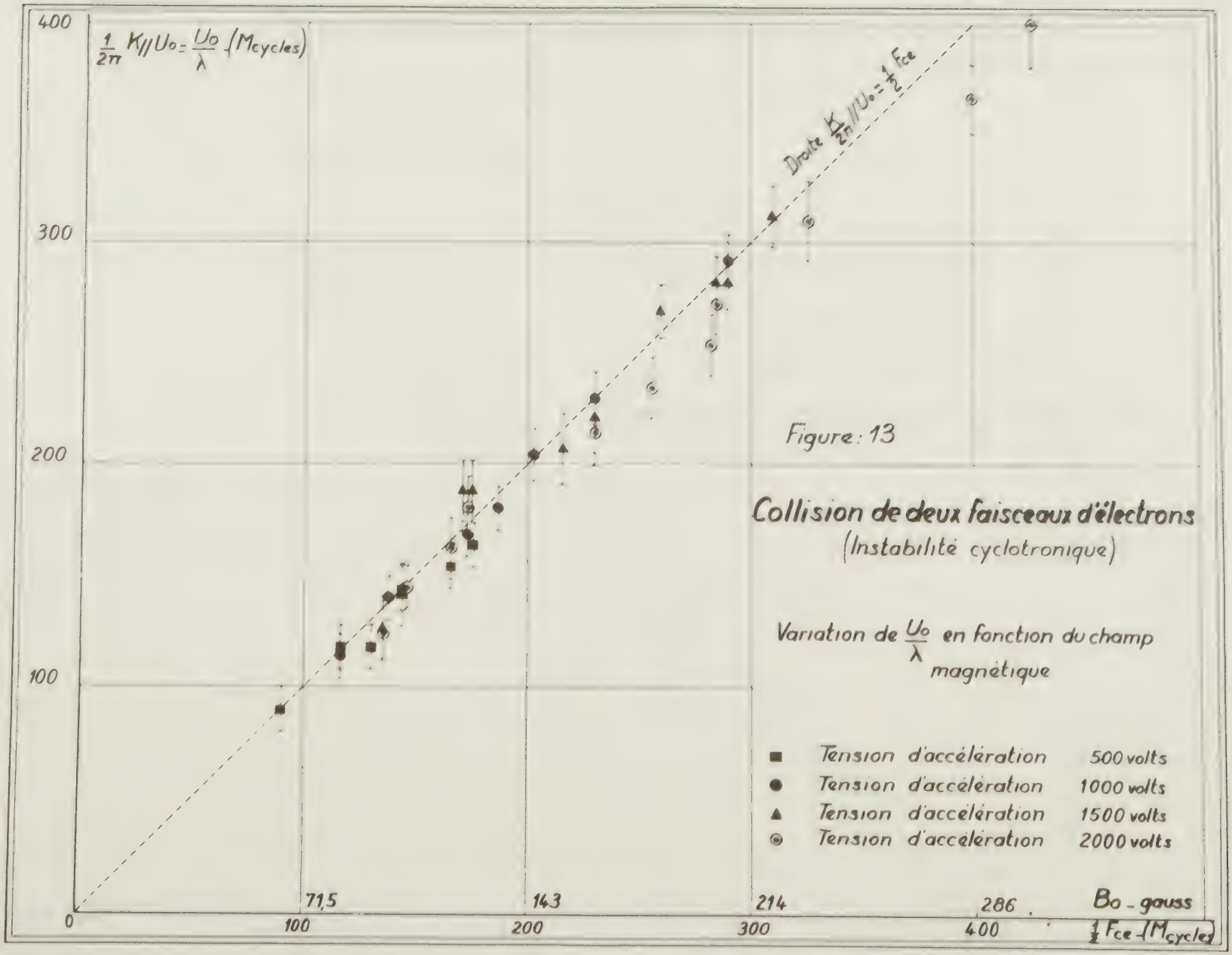
Figure 12

COLLISION DE DEUX FAISCEAUX D'ELECTRONS

(Instabilité cyclotronique)

Courbe de dispersion $\frac{U_0}{\lambda} = f(F)$

Energie des faisceaux : 2000 eV


$\frac{1}{2\pi} K_{//} U_0 = \frac{U_0}{\lambda}$ (Mcycles)
400
300
200
100
0
100
200
300
400
71,5
143
214
286
Droite $\frac{K}{2\pi} // U_0 = \frac{1}{2} F_{ce}$
Figure : 13
Collision de deux faisceaux d'électrons
(Instabilité cyclotronique)
Variation de $\frac{U_0}{\lambda}$ en fonction du champ magnétique
Tension d'accélération 500 volts
Tension d'accélération 1000 volts
Tension d'accélération 1500 volts
Tension d'accélération 2000 volts
B_0 - gauss
$\frac{1}{2} F_{ce}$ - (Mcycles)

rimentaux sont sensiblement sur la première bissectrice, ce qui signifie que $K_{/\!/} U_o \# \frac{\omega_{ce}}{2}$. L'incertitude associée aux mesures de longueur d'onde résulte des erreurs liées à l'enregistrement oscillographique et aux variations de la longueur d'onde dans un même enregistrement, ce qui entraîne une indétermination sur le nombre exact de demi-longueurs d'onde. A cette erreur vient s'ajouter l'incertitude sur la distance entre les noeuds extrêmes du système d'ondes stationnaires. Nous évaluons à $\pm$ 10 % l'incertitude totale sur les mesures de longueur d'onde. Des mesures de longueur d'onde relatives à la raie ω_{ce} ont également été effectuées. Nous avons été gênés ici par le manque de stabilité du système d'ondes stationnaires à la fréquence ω_{ce} , au cours du déplacement de la sonde, ce qui se traduisait par des enregistrements montrant des ventres d'oscillations peu marqués. Il a toutefois été possible d'établir que le nombre de ventres d'oscillation à la fréquence ω_{ce} était sensiblement le double de celui correspondant à la fréquence $\frac{\omega_{ce}}{2}$, c'est-à-dire que la vitesse de phase des deux ondes ω_{ce} et $\frac{\omega_{ce}}{2}$ sont sensiblement identiques.

4 - Mesures indirectes de la longueur d'onde.

Nous avons vu au chapitre II que lorsque $\omega_p \ll \omega_{ce}$, ce qui est le cas dans cette expérience, l'interaction "plasma-cyclotron" se produit sensiblement à la demi-fréquence cyclotronique et que la vitesse de phase de cette onde est sensiblement égale à la vitesse d'un faisceau. Ainsi, en désignant par L la longueur de la chambre, nous pouvons nous attendre à ce que l'amplitude du système d'ondes cyclotroniques stationnaires soit maximale lorsque la condition suivante se trouve satisfaite :

$$n \frac{\lambda}{2} = L \qquad \text{(n : entier quelconque)}$$

c'est-à-dire :

$$\frac{U_o}{F_{ce}} = \frac{L}{n} \qquad (1)$$

Ainsi, on peut passer d'un maximum d'ordre n à un maximum d'ordre $n + 1$ en faisant varier la vitesse des faisceaux de la quantité ΔU_o :

$$\frac{\Delta U_o}{U_o} = - \frac{\Delta n}{n} = - \frac{1}{n} \qquad (2)$$

De même, en faisant varier le champ magnétique d'une quantité ΔB_o telle que :

$$\frac{\Delta B_o}{B_o} = \frac{1}{n}$$

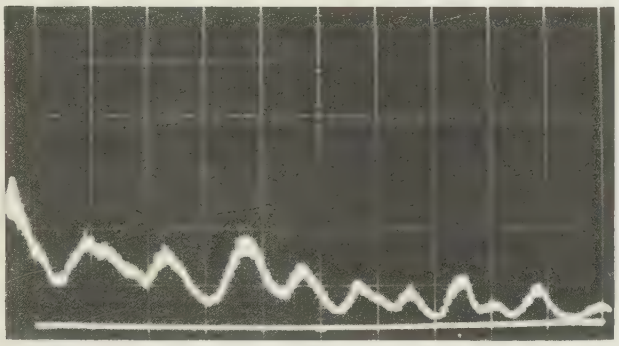
Nous obtenons donc ainsi deux méthodes supplémentaires permettant de mesurer le nombre de demi-longueurs d'onde excitées sur la longueur de la chambre, l'une en faisant varier la tension d'accélération des faisceaux, l'autre en faisant varier l'intensité du champ magnétique. La deuxième méthode toutefois n'a pas été très commode à exploiter car les variations de B_o se traduisent également par une variation de fréquence, compliquant ainsi la méthode d'enregistrement. La première possibilité a été plus facile à mettre en oeuvre, puisque, comme il l'a été mentionné plus haut, la fréquence de la raie d'interaction ne dépend pratiquement pas de la valeur du potentiel d'accélération des faisceaux.

La figure 14 représente quelques enregistrements ainsi obtenus. L'amplitude de la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$ est appliquée sur les plaques de déflexion verticale de l'oscilloscope et l'énergie des faisceaux sur les plaques de dé-

Figure 14

VARIATION DE L'AMPLITUDE DE LA RAIE CYCLOTRONIQUE LORSQUE LA VITESSE DES FAISCEAUX VARIE

Amplitude de la raie cyclotronique



2000v — 1500v — 1000v ← Energie des électrons des faisceaux

N # 22 λ/2 — N # 32 λ/2

I B_0 = 257 gauss

F = 350 mégacycles

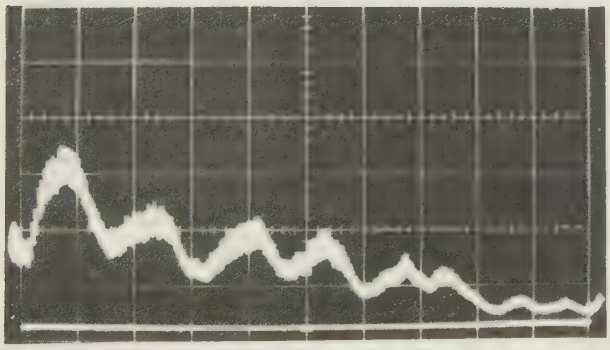
$\frac{1}{2} F_{ce}$ = 373 mégacycles

Variation du nombre de λ/2 sur la distance entre canons

ΔN = 10 (théorique)

ΔN = 10 (Expérimental)

Amplitude de la raie cyclotronique



2000v — 1500v — 1000v ← Energie des électrons des faisceaux

N = 16 λ/2 — N = 23 λ/2

II B_0 = 192 gauss

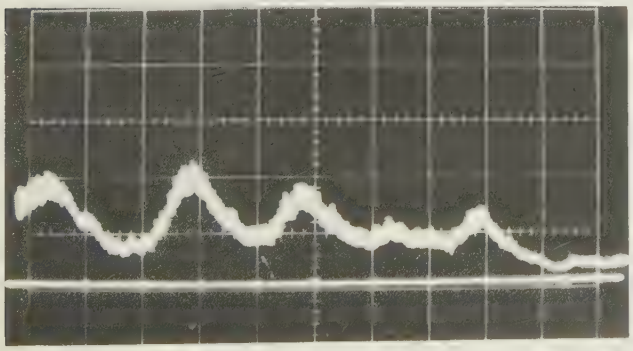
F = 252 mégacycles

$\frac{1}{2} F_{ce}$ = 269 mégacycles

ΔN = 7 (théorique)

ΔN = 8 (Expérimental)

Amplitude de la raie cyclotronique



2000v — 1500v — 1000v ← Energie des électrons des faisceaux

N = 13 λ/2 — N # 18 λ/2

III B_0 = 156 gauss

F = 204 mégacycles

$\frac{1}{2} F_{ce}$ = 218 mégacycles

ΔN = 5 ou 6 (théorique)

ΔN = 6 (Expérimental)

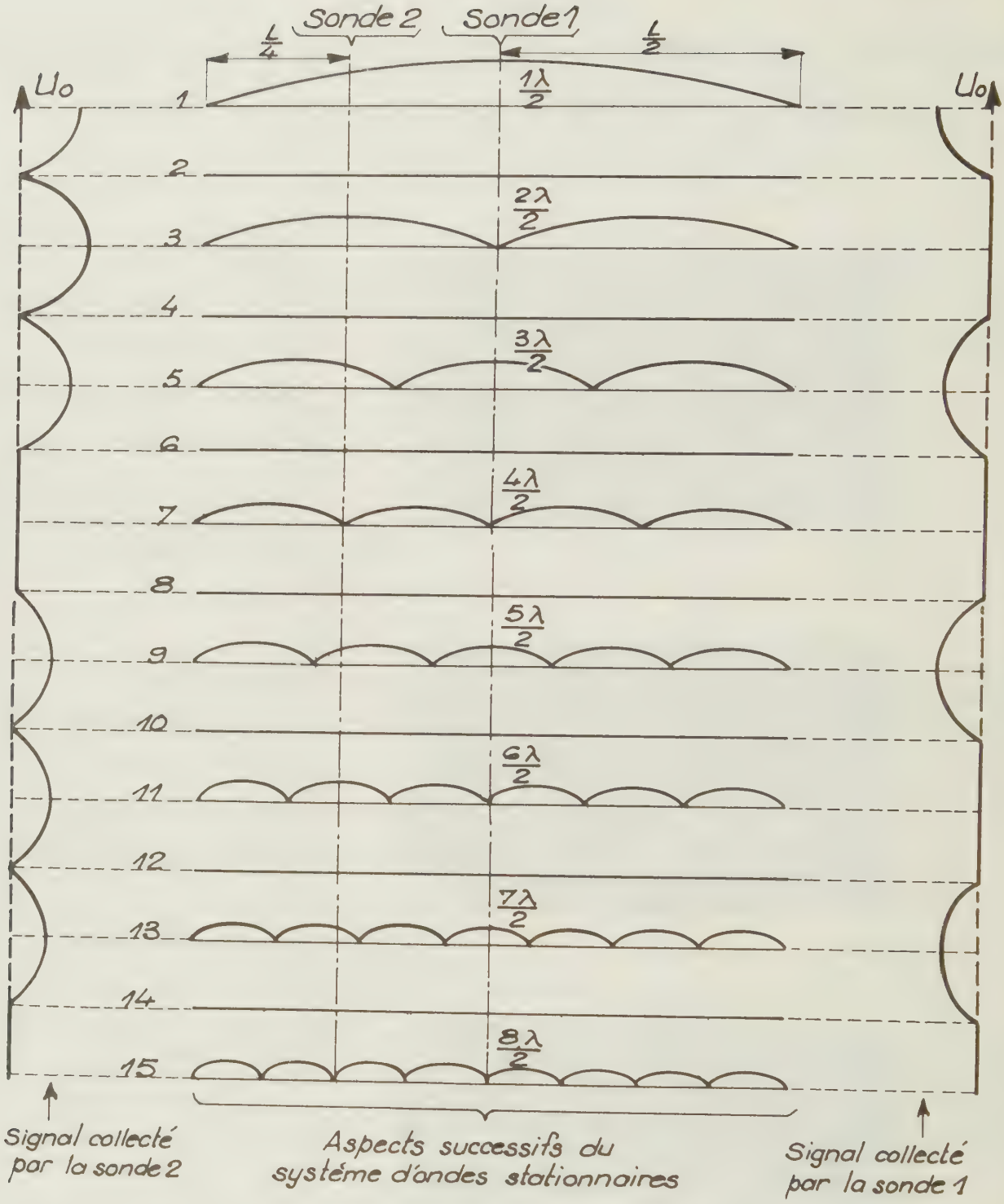


Figure 15

SIGNAL COLLECTE PAR UNE SONDE LORSQUE Uo VARIE

flexion horizontale. Comme on pouvait l'espérer, une série de maxima apparaît sur ces enregistrements, confirmant l'existence d'ondes stationnaires de grande amplitude lorsqu'une condition du type $\frac{U_o}{F_{ce}} = \frac{L}{n}$ est satisfaite.

Il est nécessaire, toutefois, à propos de cette méthode, de discuter la signification des maxima observés. Deux raisons différentes peuvent, en effet, conduire à la mesure d'un minimum :

a - la sonde se trouve effectivement en un point d'amplitude minimale (noeud d'oscillation),

b - le système d'ondes stationnaires présente dans son ensemble un minimum d'amplitude, la condition $\frac{U_o}{F_{ce}} = \frac{L}{n}$ n'étant pas satisfaite.

Si l'on fait varier la vitesse des faisceaux de façon à faire apparaître successivement un, deux, trois, ... n ventres sur la longueur de la machine, il est à prévoir qu'une sonde placée en un point fixe verra des maxima successifs chaque fois que l'on aura changé d'une unité l'ordre du système d'ondes stationnaires. Une exception est cependant à prévoir, lorsqu'un noeud de vibration coïncidera avec la position de la sonde. Dans ce cas, elle ne verra pas de maximum et le signal restera sensiblement nul sur tout l'intervalle ΔU_o nécessaire pour passer au système d'ordre supérieur. La figure 15 schématise cette situation. Ainsi, la sonde 1 placée rigoureusement au centre de l'expérience, ne verra pas de maximum (maximum "manqué" ou type M) chaque fois que l'ordre du système d'ondes stationnaires sera pair. La sonde 2, placée en $\frac{L}{4}$ aura un maximum type M chaque fois que l'ordre du système sera un multiple de 4 . Revenons maintenant à la figure 14. L'enregistrement 1 présente 10 maxima succesifs et

ne semble pas avoir vu de maximum type M . Si l'on suppose que la longueur L comprise entre les deux noeuds extrêmes du système d'ondes stationnaires, est la distance entre canons (83,5 cm) et non la distance entre diaphragmes (73,3 cm), on calcule l'ordre du système $N = \frac{LF}{U_o}$ est égal à 22 pour un faisceau de 2000 eV et à 32 pour 1000 eV, c'est-à-dire $\Delta N = 10$, ce qui est bien conforme au nombre de maxima observés sur l'enregistrement I .

De même, l'enregistrement II (B_o = 192 Gauss) montre 8 maxima, ce qui est cohérent avec le modèle théorique, puisque l'on évalue pour une énergie de 2.000 volts un ordre $N = 16$ et pour 1.000 volts $N = 23$, c'est-à-dire $\Delta N = 7$. L'enregistrement III (B_o = 156 Gauss) montre un exemple de "maximum type M" pour $E = 1000$ volts et probablement un autre pour $E = 1350$ volts. Ainsi l'enregistrement III conduit à $\Delta N = 6$ ce qui est également cohérent, puisque l'on calcule $N = 13$ pour 2000 volts et $N = 18,5$ pour 1000 volts, c'est-à-dire $\Delta N = 5$ ou 6.

Les enregistrements de la figure 14 montrent une décroissance de l'amplitude de la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$, lorsque l'énergie des faisceaux décroît de 2000 à 1000 volts; ce fait semble devoir être interprété comme une conséquence de la décroissance de la densité électronique lorsque la tension appliquée aux faisceaux diminue.

Ainsi la méthode que nous venons de décrire, conduit à des résultats cohérents et confirme le caractère stationnaire des ondes cyclotroniques excitées dans le système double-faisceau.

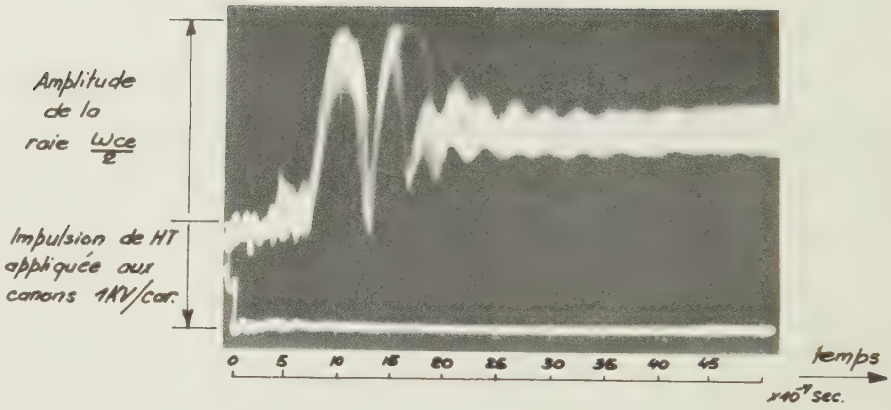
5 - Etude du taux de croissance.

Le développement de l'instabilité, à partir de l'instant initial auquel les faisceaux sont projetés l'un contre l'autre, constitue un aspect important de ce mécanisme. Pour observer cette période de croissance, les faisceaux ont été produits pendant des impulsions carrées possédant un temps de montée très court (10^{-7} seconde). L'amplitude de la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$ a été suivie dans le temps à l'aide de l'analyseur de spectre synchroscope, fonctionnant ici comme un amplificateur sélectif de bande passante 5 Mc.

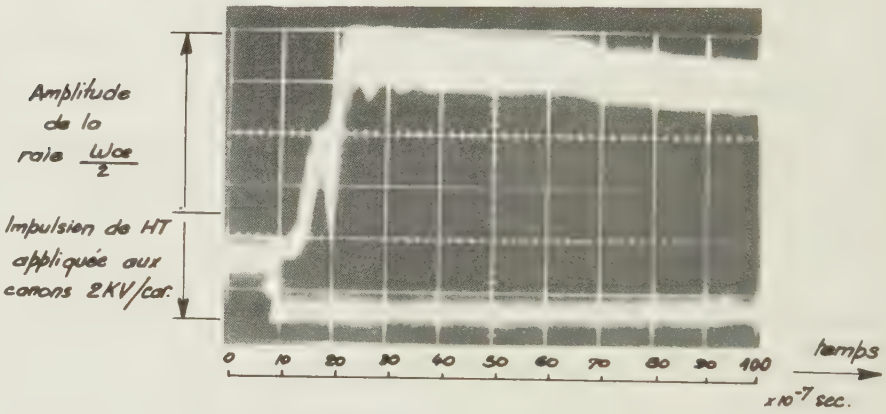
Ces mesures ont montré que le régime transitoire correspondant au développement de l'instabilité est relativement complexe. La figure 16 représente quelques oscillogrammes typiques obtenus. On observe en général, après le début de l'impulsion de tension, une période de 3 à 8 10^{-7} seconde pendant laquelle le niveau de signal reste très faible, puis une croissance du signal sensiblement exponentielle et enfin une stabilisation de celui-ci autour d'un niveau maximal sensiblement constant. Cette stabilisation de l'amplitude se fait souvent après un régime oscillatoire de part et d'autre du niveau maximal.

La largeur de la trace, principalement dans la phase pendant laquelle l'amplitude est arrivée à saturation est due à la superposition de plusieurs milliers d'enregistrements sur chaque photographie. Les mesures n'ont pu être effectuées que dans une plage assez restreinte de valeurs de ω_p, car pour de faibles valeurs du courant faisceau, ($I \lesssim 5$ mA), de taux de croissance devenait faible et le développement de l'instabilité peu reproductible. Il apparaissait, en particulier, des fluctuations importantes, des retards précédant la croissance exponentielle. Nous avons été également limités vers les fortes densités par la pervéance des canons et par la puis-

Bo = 165 gauss
F instable = 225 Mc
bande passante ΔF = 5 Mc
I faisceau = 10 mA



Bo = 220 gauss
F instable = 295 Mc
bande passante ΔF = 5 Mc
I faisceau = 10 mA



Bo = 296 gauss
F instable = 390 Mc
bande passante ΔF = 5 Mc
I faisceau = 10 mA

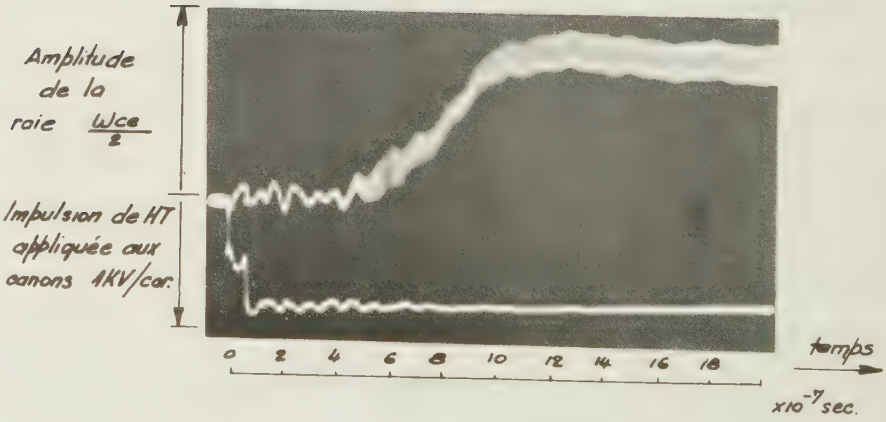


Fig. 16

ETUDE DU DEVELOPPEMENT DE L'INSTABILITE CYCLOTRONIQUE $\frac{\omega_{ce}}{2}$

sance que pouvait délivrer le générateur d'impulsions carrées utilisé pour alimenter les canons à électrons.

Le tableau V donne quelques valeurs du taux de croissance expérimental déduites de la phase de croissance exponentielle des enregistrements effectués. La valeur indiquée représente

$$\mathfrak{J}m(\omega) = \frac{\log_e 2}{\Delta t} ,$$

où Δt est l'intervalle de temps pendant lequel la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$ double d'amplitude .

On remarque que ces valeurs, quoique plus faibles, restent compatibles avec les valeurs théoriques déduites de la relation :

$$\mathfrak{J}m(\omega) = \omega_p \sin\theta \sqrt{\frac{\omega_p}{\omega_{ce}} \cos\theta}$$

donnée au chapitre II. Notons également que le temps de transit d'électrons de 2 keV dans l'appareil est $2,7 \cdot 10^{-8}$ seconde, c'est-à-dire un temps de l'ordre du temps de croissance. Il est donc probable que l'effet de réflexions successives des électrons sur les canons, joue un rôle important dans le développement de l'instabilité.

6 - Discussion des résultats et conclusions.

Nous nous proposons maintenant de discuter dans quelle mesure, le comportement de l'instabilité cyclotronique dont les observations viennent d'être décrites, est en accord avec le mécanisne d'interaction

"plasma-cyclotron" prévu au chapitre II.

a - Valeurs limites du champ magnétique $B_{o\,min}$ et $B_{o\,max}$.

La limite inférieure $B_{o\,min}$, au-dessous de laquelle il n'était plus possible d'observer la raie $\frac{\omega_{ce}}{2}$ pour ω_p et U_o donnés, était en général très faible, de l'ordre de 50 Gauss. Cette valeur minimale peut être interprétée comme l'intensité du champ magnétique au-dessous de laquelle la focalisation des faisceaux n'était plus satisfaisante sur toute la longueur de l'appareil.

La limite supérieure $B_{o\,max}$, parait devoir être interprétée par un effet de température des faisceaux. Il semble logique, en effet, que le couplage entre les deux ondes "plasma lente" et "cyclotronique inverse" ne soit possible que lorsque chacune de ces deux ondes, au voisinage du point de couplage, peut se propager sans amortissement excessif. Il en est ainsi lorsque $K_{/\!/} U_{th} \ll \omega_p$, et dans ce cas l'amortissement Landau de l'onde "plasma lente" doit être faible. Par contre, lorsque $K_{/\!/} U_{th}$ est de l'ordre de ω_p, l'amortissement Landau devient important et peut empêcher le développement de l'instabilité; de toutes façons, lorsque $K_{/\!/} U_{th} \# \omega_p$, les faisceaux doivent être considérés comme "chauds" et le traitement du chapitre II n'est plus valide.

Or $K_{/\!/}$ est défini par $K_{/\!/} U_o \# \frac{\omega_{ce}}{2}$. La condition s'écrit donc :

$$\omega_{ce} \# 2\, \omega_p \frac{U_o}{U_{th}} \qquad (3)$$

TABLEAU VI

VALEURS MAXIMALES DU CHAMP MAGNETIQUE

PERMETTANT D'OBTENIR UN SYSTÈME STABLE D'ONDES STATIONNAIRES

(Densité électronique des faisceaux maintenue constante $n_e = 2 \times 10^7$ el./cm³)

Bo max (gauss)	100	140	214	260	310	330
Energie des faisceaux électron xvolts	250	500	1000	1500	2000	2500

Cette condition apporte une restriction principalement pour les champs magnétiques forts et les faibles densités de faisceaux. Elle montre en particulier, qu'un moyen de faire croître la valeur de $B_{o\,max}$ en gardant ω_p et U_{th} constants, serait de faire croître la vitesse des faisceaux. Le tableau VI montre une série de mesures de $B_{o\,max}$ pour différentes valeurs de l'énergie des faisceaux. On vérifie qu'effectivement la valeur du champ magnétique maximal croît sensiblement linéairement avec la vitesse U_o des faisceaux, ce qui est en accord avec l'interprétation ci-dessus. Il a également été vérifié que l'instabilité disparaît au-dessous d'une valeur minimale de ω_p, ce qui est également en accord avec l'expression de $\mathfrak{Im}(\omega)$.

b - Discussion des mesures de fréquence et de longueur d'onde.

Ces mesures montrent que les fréquences d'interaction sont très voisines de $\frac{F_{ce}}{2}$, mais légèrement inférieures, ce qui est en accord avec les modèles théoriques proposés au chapitre II (en milieu infini ou en géométrie cylindrique avec paroi métallique à la frontière des faisceaux). Il est relativement difficile de discuter la valeur de $\Delta F = \frac{F_{ce}}{2} - F$, car il s'agit, ici, de faibles valeurs, à peine plus grandes que la marge d'incertitude expérimentale. On constate toutefois que les fréquences mesurées se trouvent bien dans la plage d'instabilité prévue par la théorie en milieu infini et située sensiblement entre $\frac{F_{ce}}{2}$ et $\frac{F_{ce}}{2} - \frac{F_p}{2}$.

Les mesures de longueur d'onde permettent d'établir avec certitude que la vitesse de phase des ondes excitées est sensiblement égale à la vitesse des faisceaux, ce qui se traduit sur les figures 9 à 12 par une courbe de dispersion très sensiblement confondue avec la première bissectrice.

CHAPITRE V

SYSTÈME FAISCEAU-PLASMA

1 - Méthode de production du plasma.

La disposition instrumentale adoptée pour l'étude du système faisceau-plasma a été décrite au chapitre III (Figures 2 et 3). La plupart des expériences ont été effectuées dans un plasma d'hydrogène. Ce dernier était formé sur le passage du faisceau par ionisation du gaz remplissant la chambre d'interaction. Cette méthode de production du plasma s'est montrée intéressante pour différentes raisons : simplicité de fonctionnement, absence d'instabilités autres que celles qui font l'objet de la présente étude, commodité de réglage de la densité électronique par simple action sur la pression de gaz neutre remplissant la chambre d'interaction. Elle présente, néanmoins, l'inconvénient de ne pas permettre la production du plasma en l'absence du faisceau.

La formation du plasma par bombardement du gaz résiduel s'effectue en plusieurs temps :

a - Une période correspondant à la neutralisation du faisceau.

Le faisceau non neutralisé crée un puits de potentiel défini par :

$$\frac{\phi(r)}{E} = 0,03\, P_e \left[\frac{1}{2} + \ln \frac{b}{a} - \frac{1}{2} \frac{r^2}{a^2} \right] \quad \text{dans le faisceau } (0 \leqslant r \leqslant a)$$

et $$\frac{\phi(r)}{E} = 0,03\, P_e \ln \left(\frac{b}{r} \right) \quad \text{à l'extérieur du faisceau } (a \leqslant r \leqslant b)$$

où $\phi(r)$: potentiel à la distance r de l'axe,

P_e : micropervéance du canon (ici $P_e \simeq 1$),

b et a : rayons de la chambre et du faisceau,

E : potentiel d'accélération appliqué au canon.

Ainsi pour $\frac{b}{a} = 12$, le potentiel à la périphérie du faisceau est $\phi(a) = 7,5\ 10^{-2}\ E$, et sur l'axe, $\phi(0) = 9 \cdot 10^{-2}\ E$, ce qui n'est pas négligeable. Dans le puits de potentiel ainsi constitué, les ions formés par bombardement des neutres sont confinés, tandis que les électrons sont chassés vers les extrémités et le faisceau se neutralise progressivement. Le taux d'ionisation par unité de volume est $n_f\, n_o\, \sigma_{ion}\, U_o$, de telle sorte que le temps de neutralisation du faisceau est

$$\tau = \frac{1}{n_o\, \sigma_{ion}\, U_o}$$

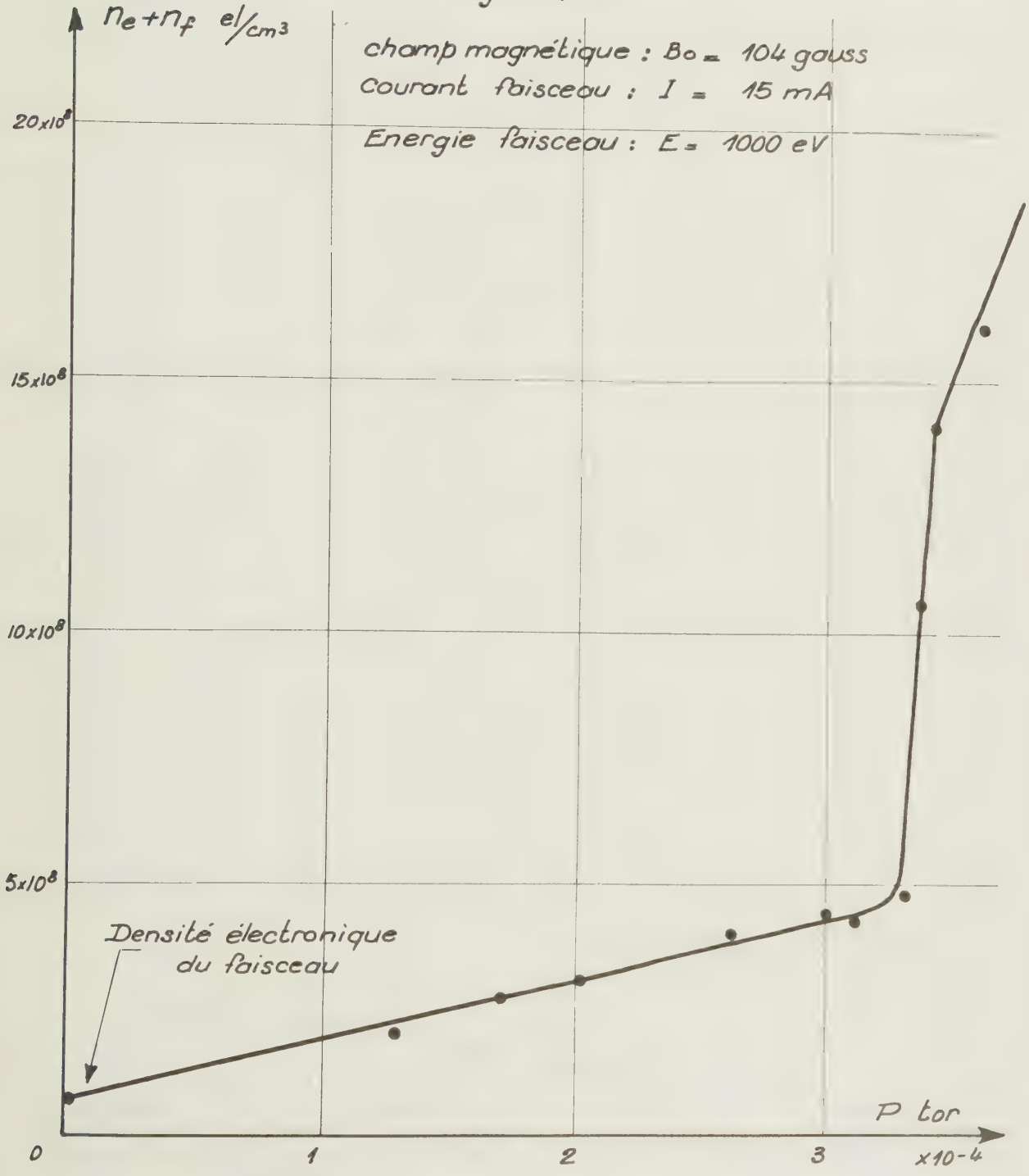
(si l'on suppose que les ions restent confinés). Ainsi pour une pression d'hydrogène de 10^{-3} Tor et un faisceau de 1 keV, nous obtenons : $\tau = 0,5 \cdot 10^{-6}$ sec, pour 10^{-4} Tor et la même énergie, $\tau = 5 \cdot 10^{-6}$ sec. Ces temps sont donc très courts et il est légitime de supposer les ions immobiles pendant ce temps.

b - <u>Une phase d'accumulation du plasma proprement dit.</u>

Une fois le faisceau neutralisé, les électrons et les ions

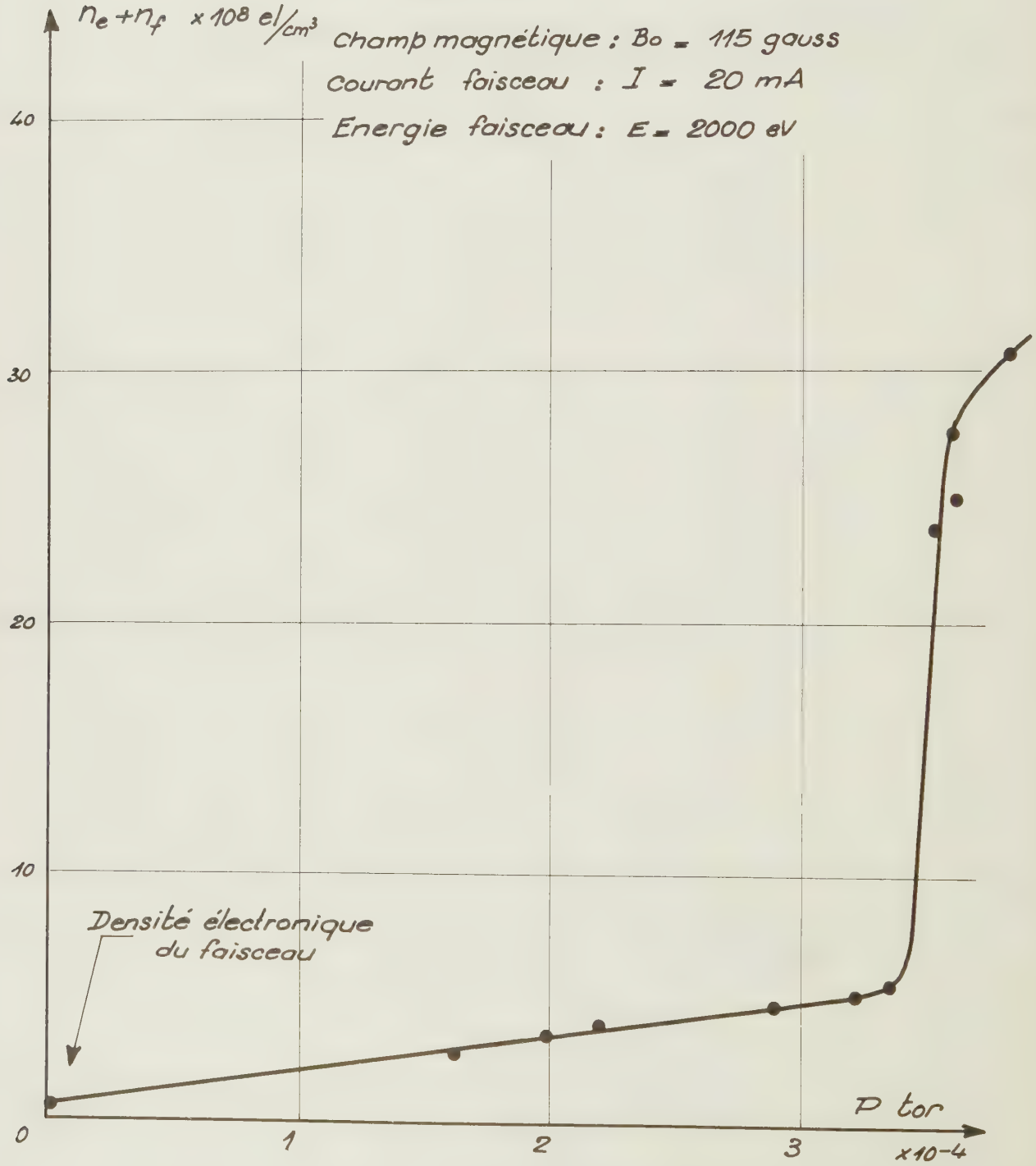
VARIATION DE LA DENSITE ELECTRONIQUE DU PLASMA AVEC LA PRESSION D'HYDROGENE

Figure 1



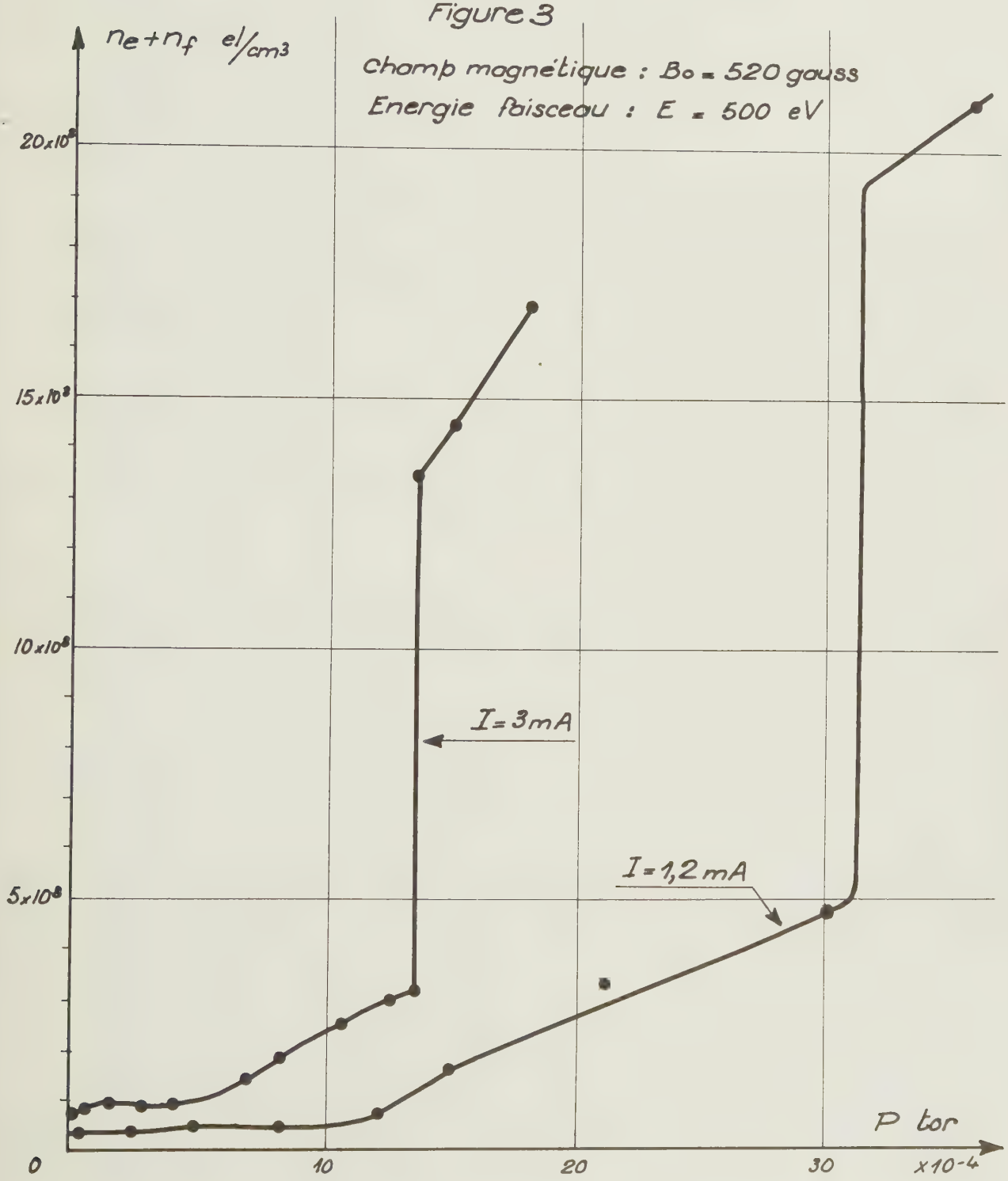
VARIATION DE LA DENSITE ELECTRONIQUE DU PLASMA AVEC LA PRESSION D'HYDROGENE

Figure 2



VARIATION DE LA DENSITE ELECTRONIQUE AVEC LA PRESSION D'HYDROGENE

Figure 3



produits par le faisceau s'accumulent jusqu'à un état stationnaire tel qu'il y ait équilibre entre les particules produites et les particules perdues par diffusion. Dans des champs magnétiques forts, les particules diffusent lentement, perpendiculairement aux lignes de force et les pertes se font essentiellement par les extrémités.

Dans les champs magnétiques faibles (quelques centaines de Gauss), la vitesse de diffusion transversale peut être importante et correspondre à des pertes de particules comparables ou supérieures aux pertes par les extrémités. Pour un faisceau de densité et d'énergie données, la pression de neutres étant maintenue constante, on doit donc observer une décroissance de la densité électronique lorsque l'intensité du champ magnétique décroît. Ceci a effectivement été mis en évidence par les mesures de densité électronique effectuées à l'aide des cavités hyperfréquence.

Les figures 1, 2 et 3 représentent quelques exemples de variation de la densité électronique en fonction de la pression d'hydrogène. Les valeurs de la densité électronique sont mesurées à l'aide des cavités 5 cm et 3 cm. Ces courbes montrent que l'ionisation du gaz par le faisceau est un phénomène compliqué, des plages de variation continue sont séparées par des "sauts" abrupts de la densité électronique. Une discussion détaillée de ces phénomènes d'ionisation sortirait du sujet de ce travail. Il semble toutefois, que l'on puisse relier l'existence de ces "sauts" à l'excitation d'ondes de grande amplitude dans le plasma entraînant un ralentissement appréciable des électrons du faisceau et par suite un gain d'énergie élevé des électrons du plasma. Les mesures effectuées au voisinage de ces sauts révèlent que parallèlement à l'augmentation de la densité électronique du plasma,

une émission intense de lumière apparaît dans la région du plasma ainsi que d'importantes perturbations de la distribution de vitesses du faisceau. Le faisceau semble alors se comporter comme une véritable décharge électrique capable de créer une avalanche de processus d'ionisation.

Il est à remarquer également que le contrôle de la densité électronique à l'aide de la pression, est relativement simple dans les zones de variation continue, mais devient acrobatique au voisinage des "sauts". De simples oscillations de la pression peuvent faire passer le point de fonctionnement de part et d'autre du "saut", conduisant à des instabilités de la densité électronique. Des limitations des plages de variation des paramètres nous ont ainsi été imposées contre notre gré par la méthode de production du plasma.

2 - Excitation d'oscillations au voisinage de la fréquence propre du plasma dans le cas $\omega_{ce} \gg \omega_p$.

L'étude des oscillations au voisinage de la fréquence propre du plasma a été effectuée dans le cas de champs magnétiques forts ($\omega_{ce} \gg \omega_p$). Ce cas présente un intérêt particulier, puisque comme nous l'avons vu au chapitre II, le champ magnétique ne joue dans ces conditions qu'un rôle de guide pour les particules et n'intervient pas dans l'interaction "plasma-plasma".

Les expériences ont montré que pour chaque valeur de la densité et de la vitesse du faisceau, il n'était possible d'observer d'oscillations au voisinage de ω_p, que lorsque la densité électronique du plasma dépassait une valeur critique en général, notablement plus élevée que

la densité du faisceau. Lorsque n_e était inférieure à cette valeur critique, le système faisceau-plasma était stable et les mesures effectuées à l'aide de l'analyseur d'énergie révélaient que la distribution de vitesses du faisceau était sensiblement la même qu'en l'absence de plasma.

Lorsque n_e dépassait cette valeur critique, une situation très violemment instable était observée.

Celle-ci se traduisait par l'excitation spontanée dans le plasma d'oscillations dont le spectre présentait un grand nombre de raies de part et d'autre de la fréquence plasma. Simultanément, l'analyseur d'énergie révélait que le pic de la distribution de vitesses du faisceau avait disparu, faisant place à une distribution plate de vitesses, la plus grande partie des électrons ayant été ralentie, le reste accéléré jusqu'à des énergies pouvant atteindre dans certains cas le double de l'énergie initiale du faisceau.

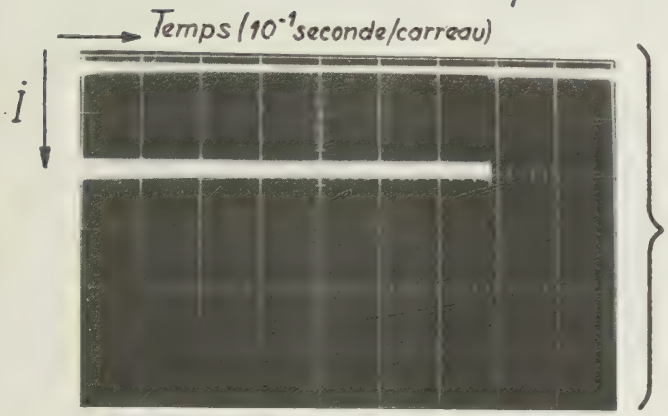
En maintenant la densité électronique au voisinage de la valeur critique, il a été possible de créer une situation instable n'entraînant que de faibles perturbations de la fonction de distribution du faisceau. Dans ce cas seulement, il est possible de parler de phénomènes linéaires et d'espérer une confrontation en accord avec les hypothèses du chapitre II. Les mesures effectuées dans cette zone de stabilité marginale ont effectivement montré que le spectre d'oscillation était relativement pur, et ne présentait en général, qu'une ou deux raies situées au voisinage de la fréquence propre du plasma.

La figure 4 représente un exemple de mesures effectuées avec des densités électroniques situées de part et d'autre de la densité

SYSTEME FAISCEAU+PLASMA

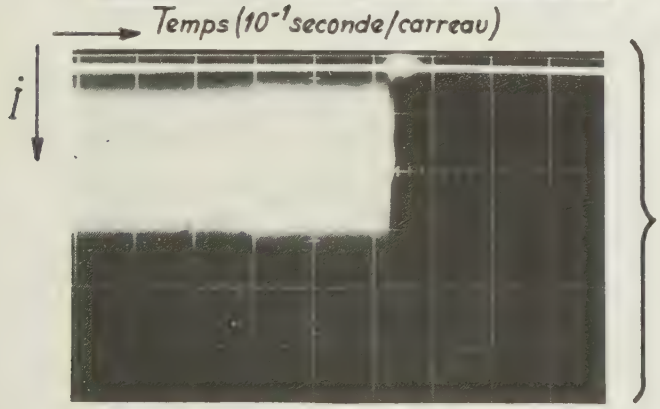
Etude de la frontière de la zone de stabilité

Interaction p-p
plasma créé par le faisceau



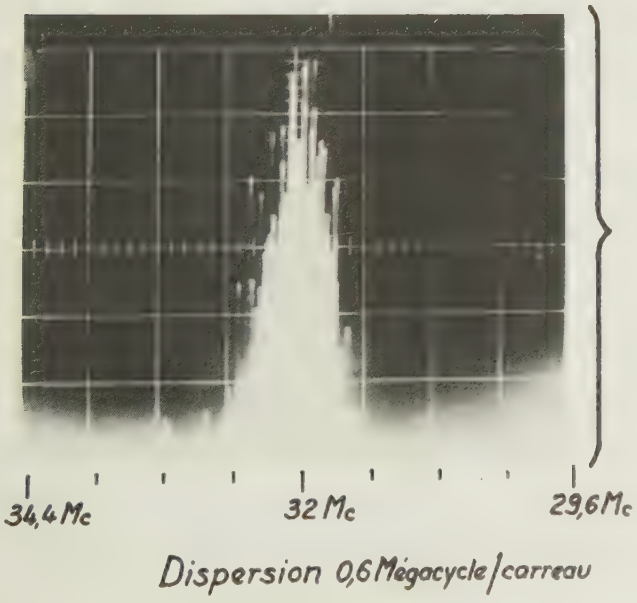
1

Intensité du courant collecté sur la cible en fonction du temps
$\dot{I}$: 1mA/carreau
Temps 10^{-1} seconde/carreau
Régime stable
$P = 2{,}8.10^{-4}$ tor densité électronique $n_e = 1{,}13.10^8$



2

Intensité du courant collecté sur la cible en fonction du temps
$\dot{I}$: 1mA/carreau
Temps 10^{-1} seconde/carreau
Régime instable
$P = 3.10^{-4}$ tor densité électronique $n_e = 1{,}4.10^8$



3

Analyse du spectre de fréquences du courant collecté, lorsqu'apparait le régime instable

Figure 4

Bo = 312 gauss
E = 250 eV

critique. La vue n° 1 montre que le courant collecté à la sortie du plasma est constant dans le régime stable, ce qui n'est plus le cas dans le régime instable (vue n° 2) au cours duquel une oscillation de grande amplitude apparaît sur le courant. La fréquence instable observée est toujours inférieure à la fréquence propre du plasma.

Nos mesures ont montré que la valeur de la densité critique dépendait fortement de la vitesse du faisceau d'électrons. Pour des vitesses rapides, le système devenait stable et l'instabilité ne réapparaissait qu'en augmentant la densité de plasma. La variation de la valeur critique de la fréquence plasma en fonction de la vitesse du faisceau a été étudiée pour différentes valeurs du champ magnétique en restant toutefois dans le cas $\omega_p \ll \omega_{ce}$. Les figures 5 et 6 représentent cette variation pour $B_o = 312$ Gauss et pour $B_o = 830$ Gauss. Dans ces mesures, nous avons pris soin de maintenir constante la densité électronique du faisceau en faisant varier le courant de telle façon que $\frac{I}{\sqrt{E}}$ = constante. Il ressort de ces mesures que la valeur critique de la fréquence plasma varie sensiblement de façon linéaire avec la vitesse du faisceau. Les tableaux I et II résument les conditions expérimentales correspondant aux différents points relevés au voisinage de la limite de stabilité.

Interprétation de la zone de stabilité.

Les principaux effets qu'il est permis d'invoquer pour expliquer la stabilité observée sont liés aux collisions, à la température ou à la géométrie finie.

Il ne semble pas que l'effet des collisions soit à retenir dans notre cas, en raison de la faible valeur des pressions de travail. Les me-

sures de température du plasma effectuées à l'aide de sondes de Langmuir, conduisent à des valeurs de l'ordre de 8 à 10 eV. Puisque les pressions de travail sont pratiquement toujours inférieures à 10^{-3} Tor, la fréquence des collisions entre électrons du plasma et molécules d'hydrogène est inférieure à $6 \cdot 10^{6}\ s^{-1}$. Cette valeur est inférieure aux fréquences d'oscillation d'au moins un ordre de grandeur et il ne semble pas que les collisions jouent un rôle déterminant dans la stabilité observée, d'autant plus que les oscillations apparaissent lorsque l'on fait croître la valeur de la densité de plasma et donc de la pression de gaz neutre.

Le rôle de la température, c'est-à-dire d'un amortissement par mélange de phase (effet Landau) ne semble pas non plus être un facteur important dans la stabilité observée. Pour que cet effet devienne important, il serait nécessaire que la valeur du produit de la constante de propagation par la distance de Debye du plasma ne soit pas trop faible devant l'unité : $K\lambda_D \sim 1$. Or $K\lambda_D \sim \frac{U_{th}}{U_o}$. La vitesse d'agitation thermique des électrons du plasma étant faible en comparaison de la vitesse du faisceau, la condition $K\lambda_D \sim 1$ n'est donc pratiquement jamais réalisée dans ces expériences. De plus, cette condition suggère une amélioration de la stabilité lorsque U_o décroît, or, c'est le contraire qui est observé, puisque l'on entre ici dans le domaine de stabilité en faisant croître U_o.

Il semble donc qu'il faille faire appel à un autre effet et ceci nous amène à envisager celui de la géométrie finie. Nous avons vu au chapitre II que l'interaction plasma-plasma était stabilisée par la présence de parois métalliques lorsque la longueur d'onde devenait suffisamment grande par rapport au rayon. Il a été montré que la condition de stabilité s'écrivait :

$$U_o > \frac{\omega_p a}{P_{o1}} \left[1 + \left(\frac{\omega_{pf}}{\omega_p} \right)^{2/3} \right]^{3/2}$$

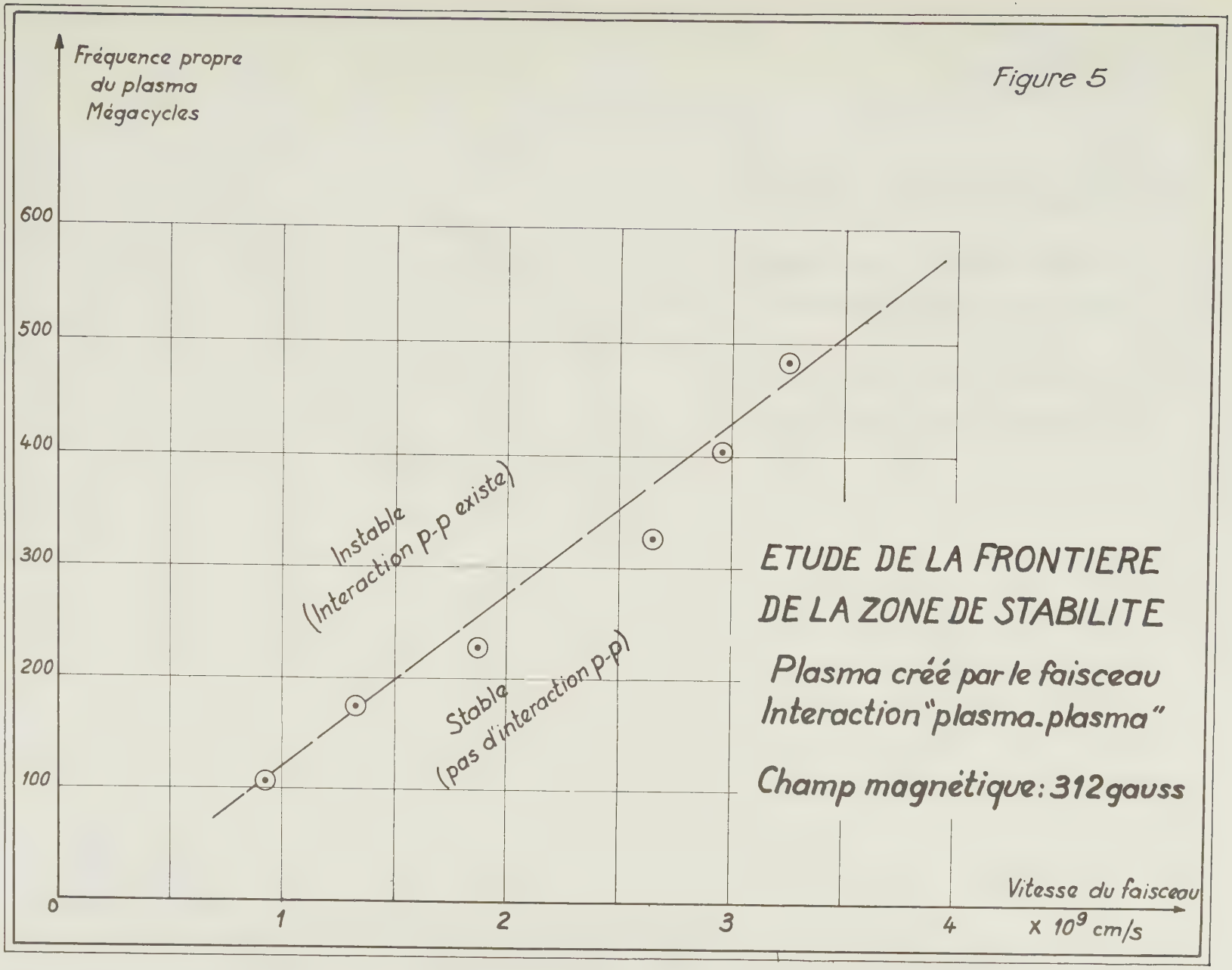
$\frac{\omega_{pf}}{\omega_p}$ est en général faible devant l'unité, de telle sorte que cette condition exprime bien une variation linéaire de ω_p en fonction de U_o comme nous l'avons observé expérimentalement. Remarquons que la condition a été écrite pour une paroi métallique en contact avec le cylindre de plasma, ce qui n'est pas exactement le cas ici, puisque la paroi est à 6 cm de l'axe et que le diamètre du faisceau-plasma, compte tenu de la diffusion du plasma est de l'ordre de 2 cm. La pente de la droite représentant la frontière de stabilité doit dont être comprise entre deux valeurs, l'une optimiste, l'autre pessimiste, obtenues en faisant $a = 1$ cm et $a = 6$ cm, c'est-à-dire

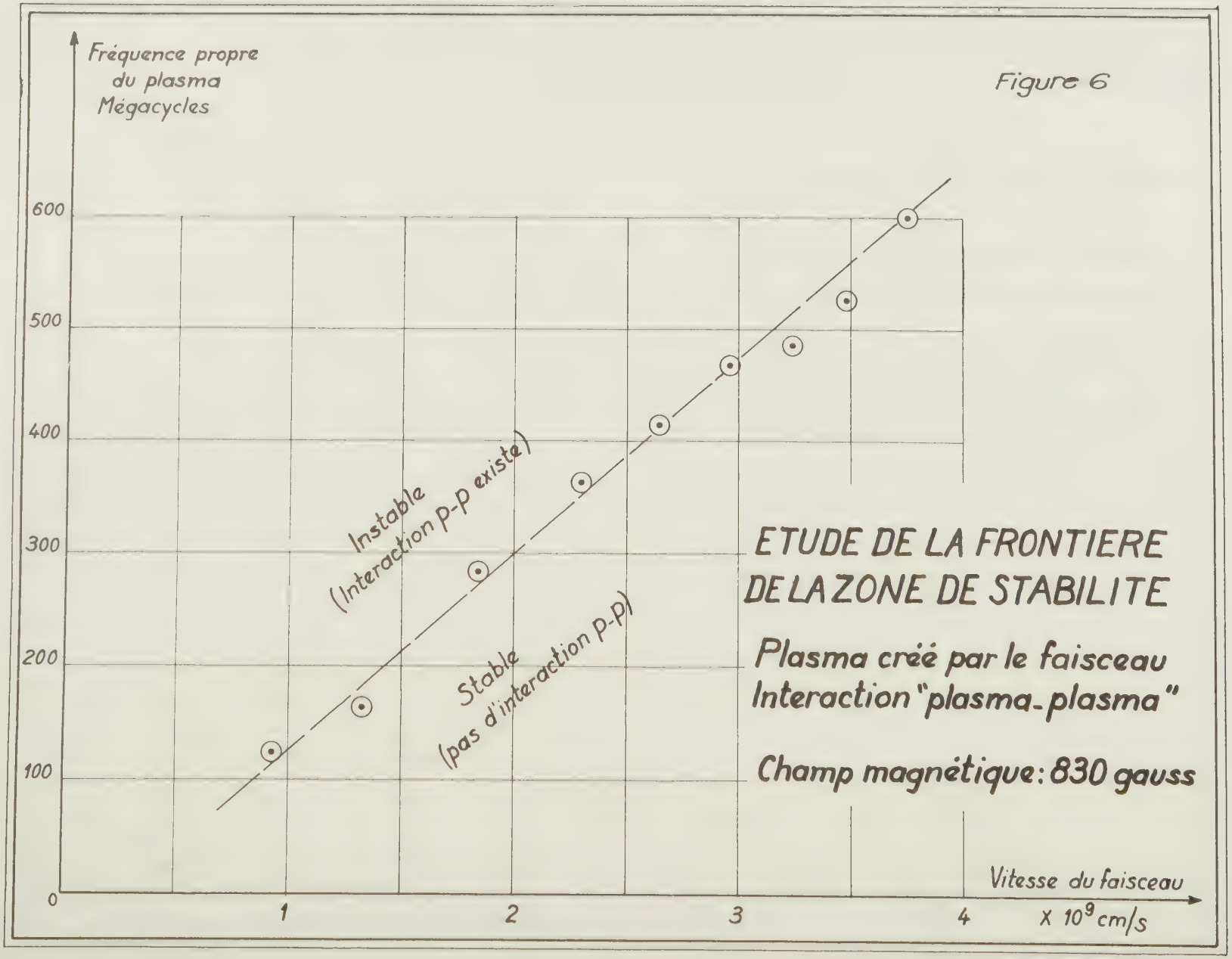
$$\frac{F_p}{U_o} = \frac{P_{o1}}{2\pi a} = \begin{cases} 38 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1} & \text{pour } a = 1 \text{ cm}, \\ 6{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1} & \text{pour } a = 6 \text{ cm}. \end{cases}$$

Les pentes déduites des observations expérimentales sont :

$$\begin{cases} \frac{F_p}{U_o} = 16 \cdot 10^{-2} & \text{pour } B_o = 830 \text{ Gauss (fig. 6)} \\ \frac{F_p}{U_o} = 15 \cdot 10^{-2} & \text{pour } B_o = 312 \text{ Gauss (fig. 5).} \end{cases}$$

Ces valeurs sont effectivement dans la plage définie plus haut, ce qui conduit à conclure que la stabilité observée est en accord avec le critère de stabilité lié aux dimensions finies, discuté au chapitre II.


Fréquence propre
du plasma
Mégacycles
Figure 5
600
500
400
300
200
100
0
1
2
3
4
Vitesse du faisceau
x 10^9 cm/s
Instable
(Interaction p-p existe)
Stable
(pas d'interaction p-p)
ETUDE DE LA FRONTIERE
DE LA ZONE DE STABILITE
Plasma créé par le faisceau
Interaction "plasma-plasma"
Champ magnétique: 312 gauss


Fréquence propre
du plasma
Mégacycles
Figure 6
600
500
400
300
200
100
0
1
2
3
4
Vitesse du faisceau
X 10^9 cm/s
Instable
(Interaction P-P existe)
Stable
(pas d'interaction P-P)
ETUDE DE LA FRONTIERE
DE LA ZONE DE STABILITE
Plasma créé par le faisceau
Interaction "plasma-plasma"
Champ magnétique: 830 gauss

Il est à remarquer que ce critère porte seulement sur le processus d'interaction "plasma-plasma" et l'on est en droit de se demander pourquoi les autres processus ne se manifestent pas. La réponse à cette question est simple si l'on considère les expressions des taux de croissance de ces autres interactions, lesquels sont proportionnels à $\left(\frac{\omega_p}{\omega_{ce}}\right)^{1/2}$ ou $\left(\frac{\omega_p}{\omega_{ce}}\right)$. Puisque nous travaillons, en ce moment, dans le cas $\frac{\omega_p}{\omega_{ce}} \ll 1$, ces instabilités ont un taux de croissance très faible et ne peuvent se développer.

L'examen des tableaux I et II montre que les fréquences observées sont inférieures à F_p d'un facteur de l'ordre de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2}$. Ces mesures peuvent paraître surprenantes si l'on considère les résultats de la géométrie infinie, pour lesquels le taux de croissance est maximum au voisinage de ω_p. Il ne semble pas non plus que la diminution de ω_p soit liée à une incertitude de mesure de la densité électronique. Par contre, ce facteur est parfaitement expliqué par le coefficient de réduction de la fréquence plasma dû à la géométrie finie et discuté au chapitre II. C'est précisément dans la région de stabilité marginale que ce coefficient joue un rôle appréciable, car les longueurs d'onde sont beaucoup plus grandes que le rayon du plasma.

Il aurait été intéressant de compléter cette série de mesures par un tracé expérimental de la courbe de dispersion du mode "plasma" du plasma, en changeant la fréquence d'interaction à l'aide de la vitesse du faisceau. Cette mesure n'a pas pu être faite, car la diminution de la vitesse du faisceau fait pénétrer dans la zone instable et le faisceau est alors rapidement détruit comme montrent les analyses d'énergie décrites plus loin.

TABLEAU I

ETUDE DE LA LIMITE DE LA ZONE DE STABILITE

INTERACTION "PLASMA-PLASMA" — PLASMA CREE PAR LE FAISCEAU

$B_o = 312$ gauss $F_{ce} = 873$ Mc Densité électronique du faisceau $n_f = 1{,}6 \times 10^7 el/cm^3$

Energie du faisceau Electrons x volts	Pression H_2 tor	Densité critique du plasma cm^{-3}	Intensité du faisceau mA	Fréquence propre du plasma Mc	Fréquence instable observée F_i Mc	Longueur d'onde associée à F_i $\lambda = \frac{U_o}{F_i}$ cm	Nombre approximatif de $\frac{1}{2}$ longueurs d'onde dans la chambre	$\frac{\text{Temps de transit}}{\text{Temps de croissance}} = \frac{L \times Jm(\omega^*)}{U_o}$
250	3×10^{-4}	$1{,}4 \times 10^8$	2	107	32	29	5	8,8
500	$4{,}5 \times 10^{-4}$	$3{,}9 \times 10^8$	2,8	178	98	13,5	11	5,1
1000	5×10^{-4}	$6{,}4 \times 10^8$	4	228	127	14,7	10	3,4
2000	$8{,}5 \times 10^{-4}$	13×10^8	5,7	324	200	13,2	11	2,1
2500	$9{,}3 \times 10^{-4}$	20×10^8	6,3	404	220	13,4	11	1,8
3000	$1{,}1 \times 10^{-3}$	29×10^8	6,95	485	250	13,4	11	1,5

TABLEAU II

ETUDE DE LA LIMITE DE LA ZONE DE STABILITE

INTERACTION "PLASMA-PLASMA" — PLASMA CREE PAR LE FAISCEAU

$B_o = 830$ gauss $F_{ce} = 2320$ Mc Densité électronique du faisceau $n_f = 1{,}6 \times 10^7$ el/cm³

Energie du faisceau Electrons x volts	Pression Hz tor	Densité critique du plasma cm⁻³	Intensité du faisceau mA	Fréquence propre du plasma Mc	Fréquence instable observée Fi Mc	Longueur d'onde associée à Fi cm	Nombre approximatif de ½ longueurs d'onde dans la chambre	Temps de transit / Temps de croissance $= \frac{L \times Jm(\omega^*)}{U_o}$
250	$1{,}1 \times 10^{-4}$	$0{,}19 \times 10^9$	2	124	33	29	5	8,1
500	$1{,}6 \times 10^{-4}$	$0{,}32 \times 10^9$	2,8	163	74	18	8	5,2
1000	$3{,}4 \times 10^{-4}$	$0{,}99 \times 10^9$	4	284	135	14	11	3
1500	6×10^{-4}	$1{,}6 \times 10^9$	4,9	366	180	13	11	2,3
2000	7×10^{-4}	$2{,}1 \times 10^9$	5,7	415	235	11	13	1,9
2500	$8{,}5 \times 10^{-4}$	$2{,}7 \times 10^9$	6,3	470	245	12	12	1,7
3000	9×10^{-4}	$3{,}1 \times 10^9$	6,9	505	270	12	12	1,5
3500	$9{,}6 \times 10^{-4}$	$3{,}4 \times 10^9$	7,5	525	280	12	12	1,3
4000	$10{,}3 \times 10^{-4}$	$4{,}4 \times 10^9$	8	600	340	11	13	1,2

3 - Excitation d'oscillations au voisinage de ω_{ce}.

Dans les expériences à champ magnétique fort ($\omega_{ce} \gg \omega_p$), nous n'avons pas vu apparaître d'instabilités du système faisceau plasma au voisinage de la fréquence cyclotronique des électrons et nous avons attribué ce résultat à la faiblesse du taux de croissance des instabilités "cyclotron-cyclotron" et "plasma-cyclotron". Rappelons en effet les expressions de ces taux de croissance données au chapitre II :

Interaction "cyclotron-cyclotron" : $\mathfrak{Im}(\omega^*) = \frac{1}{2} \frac{\omega_p \omega_{pf}}{\omega_{ce}} \sin^2\theta$

Interaction "plasma-cyclotron" : $\mathfrak{Im}(\omega^*) = \frac{1}{2} \omega_p \sin\theta \sqrt{\frac{\omega_{pf} \cos\theta}{\omega_{ce}}}$

En diminuant l'intensité du champ magnétique, il doit être possible d'augmenter appréciablement ces taux de croissance, de façon à rendre ces mécanismes observables. En formant le rapport des maxima des deux expressions ci-dessus, nous obtenons :

$$\frac{\mathfrak{Im}(\omega^*)_{cc}}{\mathfrak{Im}(\omega^*)_{pc}} = 1,9 \sqrt{\frac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}}}$$

Dans nos expériences, même pour des champs magnétiques faibles, de l'ordre de 100 ou 200 Gauss, le rapport $\frac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}}$ est, en général, faible, de l'ordre de $\frac{1}{10}$, de telle sorte que l'instabilité plasma-cyclotron doit apparaître la première lorsque nous faisons décroître la valeur du champ magnétique.

Conformément aux prévisions, pour des champs magnétiques suffisamment faibles, une oscillation est apparue dans le système faisceau-

plasma au voisinage de la fréquence cyclotronique des électrons. Cette oscillation a commencé à se manifester pour des valeurs de la densité électronique du plasma de l'ordre de $4 \cdot 10^8$ el/cm^3 et des champs magnétiques inférieurs à 500 Gauss. Comme il l'a été mentionné plus haut, cette interaction nous a permis de tracer la courbe de dispersion du mode "cyclotron" du plasma, en faisant varier la vitesse du faisceau, les autres paramètres : densités électroniques du plasma et du faisceau, intensité du champ magnétique, étant maintenus constants. La longueur d'onde n'a pas été mesurée directement, mais a été déduite de la valeur de la vitesse de phase qui est ici très sensiblement égale à la vitesse du faisceau, puisque, comme il l'a été montré, c'est l'interaction plasma-cyclotron qui doit se manifester dans la plage de paramètres dans laquelle nous nous trouvons actuellement. Chaque point de la courbe de dispersion est donc défini dans le plan ω , K, par l'intersection de la droite $\frac{\omega}{K} = U_o$ et de la verticale correspondant à la fréquence lue sur l'analyseur de spectre.

La figure 7 représente trois exemples de raies observées sur l'analyseur de spectre, avec un champ magnétique de 276 Gauss, une densité électronique du plasma égale à $6 \cdot 10^8$ el/cm^3 et une densité électronique du faisceau égale à $3,5 \cdot 10^7$ el/cm^3. Ces trois expériences correspondent à des faisceaux ayant pour énergie 1.500 eV, 2.500 eV et 4.000 eV. Dans ces conditions, la fréquence cyclotronique du plasma est égale à 772 Mc et la fréquence hybride électronique à 810 Mc. Les fréquences mesurées dans ces trois cas sont respectivement 795 Mc $\pm$ 4 Mc, 804 Mc $\pm$ 4 Mc et 810 Mc $\pm$ 4 Mc. Ces valeurs sont donc comprises entre F_{ce} et $\sqrt{F_{ce}^2 + F_p^2}$. Lorsque la vitesse du faisceau augmente, on observe un léger glissement de la fréquence instable vers la fréquence hybride électronique. Ce résultat est en accord avec la théorie, le rôle de la géométrie finie étant pris en considération.

Les figures 8, 9 et 10 représentent trois courbes de dispersion expérimentales obtenues de cette façon pour différentes valeurs du champ magnétique (B_o = 104, 161 et 276 Gauss). Nous avons tracé dans chaque cas, une "bande" plutôt qu'une courbe; la largeur de cette bande correspond à la largeur de la raie cyclotronique observée sur l'analyseur de spectre. Il est possible d'interpréter simplement cette largeur de raie en remarquant qu'elle est de l'ordre de celle que l'on peut attendre en raison des fluctuations de la densité électronique enregistrées à l'aide des cavités. Dans certains cas, la raie cyclotronique se compose de plusieurs raies juxtaposées et il ne semble pas que la présence de celles-ci soit expliquée de façon satisfaisante par les fluctuations de densité. Elles se justifient par contre très bien, en faisant appel à des modes cyclotroniques d'ordre plus élevé (cannelures hélicoïdales ou plusieurs zéros sur un rayon). Les courbes de dispersion de ces modes forment un faisceau de courbes très voisines de la courbe de dispersion du mode fondamental.

Des mesures ont été effectuées afin de déterminer l'influence de la densité électronique sur le mécanisme étudié. Les résultats apparaissent sur la figure 11 où sont représentés trois enregistrements effectués avec un champ magnétique B_o = 276 Gauss, une énergie de faisceau 4000 eV et une densité électronique variable de la valeur $5,7 \cdot 10^8$ el/cm^3 à $16 \cdot 10^8$ el/cm^3. Pour des densités inférieures à $5,7 \cdot 10^8$ el/cm^3, la raie cyclotronique n'apparaît pas et reste confondue avec le bruit de fond. Lorsque n_e croît, l'intensité de la raie croît très rapidement : une atténuation de 10 db a été apportée sur l'enregistrement 2, et de 15 db sur l'enregistrement 3. Simultanément, l'ensemble de la raie glisse vers les fréquences élevées conformément à la théorie.

Il n'a pas été possible de pousser la série d'expériences vers

ETUDE DES ONDES EXCITEES AU VOISINAGE DE LA FREQUENCE CYCLOTRONIQUE DES ELECTRONS

SYSTEME FAISCEAU - PLASMA

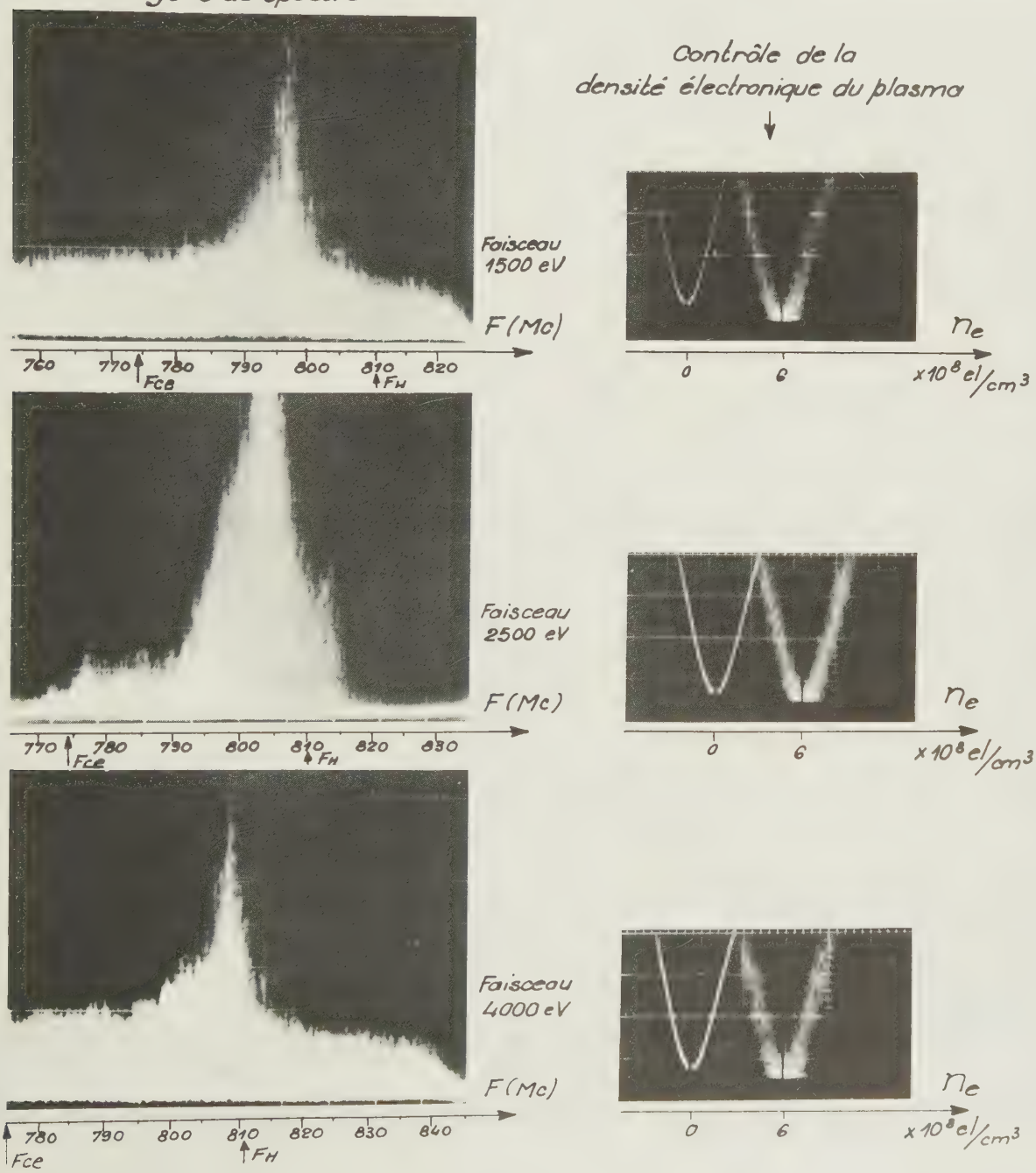
VITESSE DU FAISCEAU VARIABLE

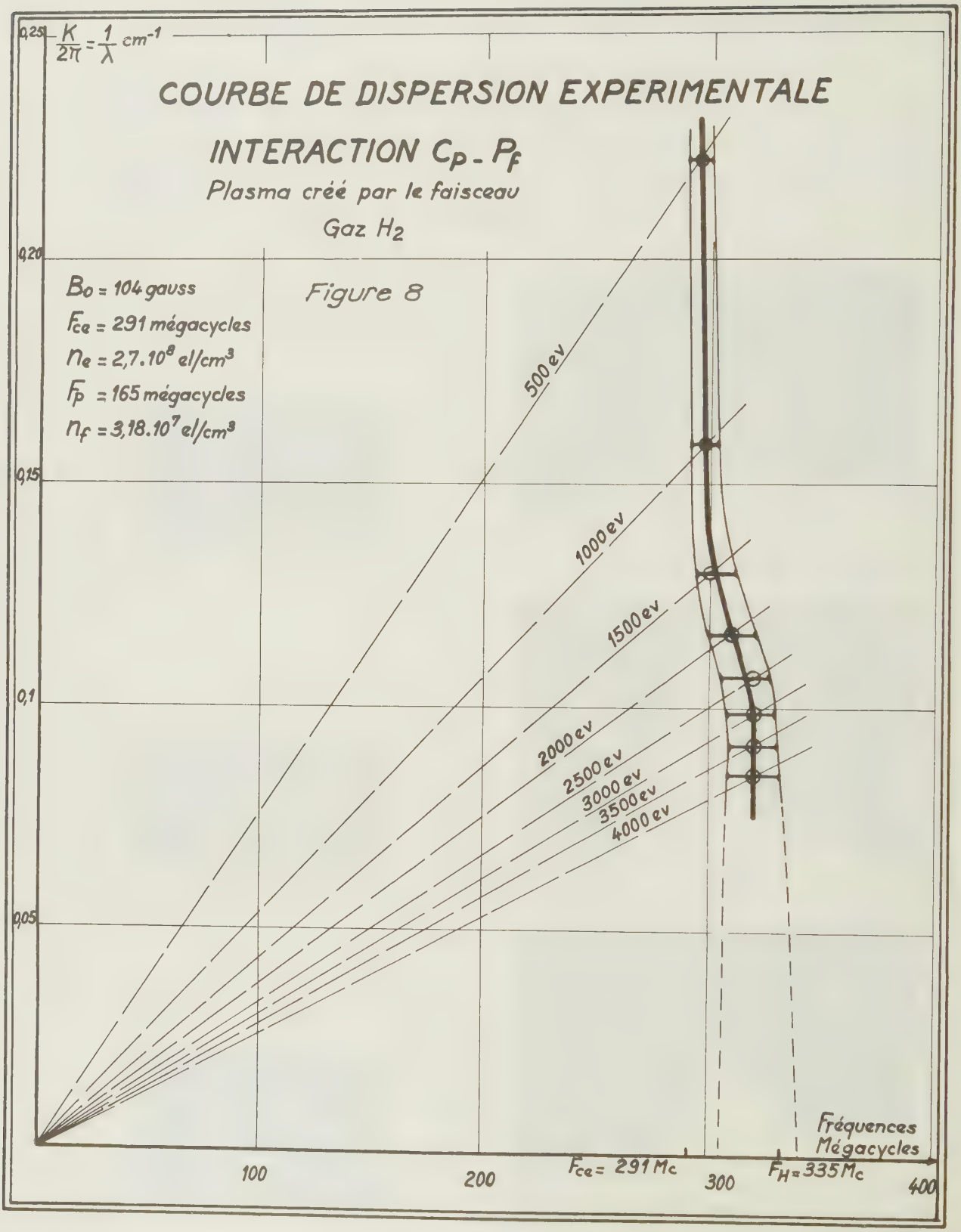
Figure 7

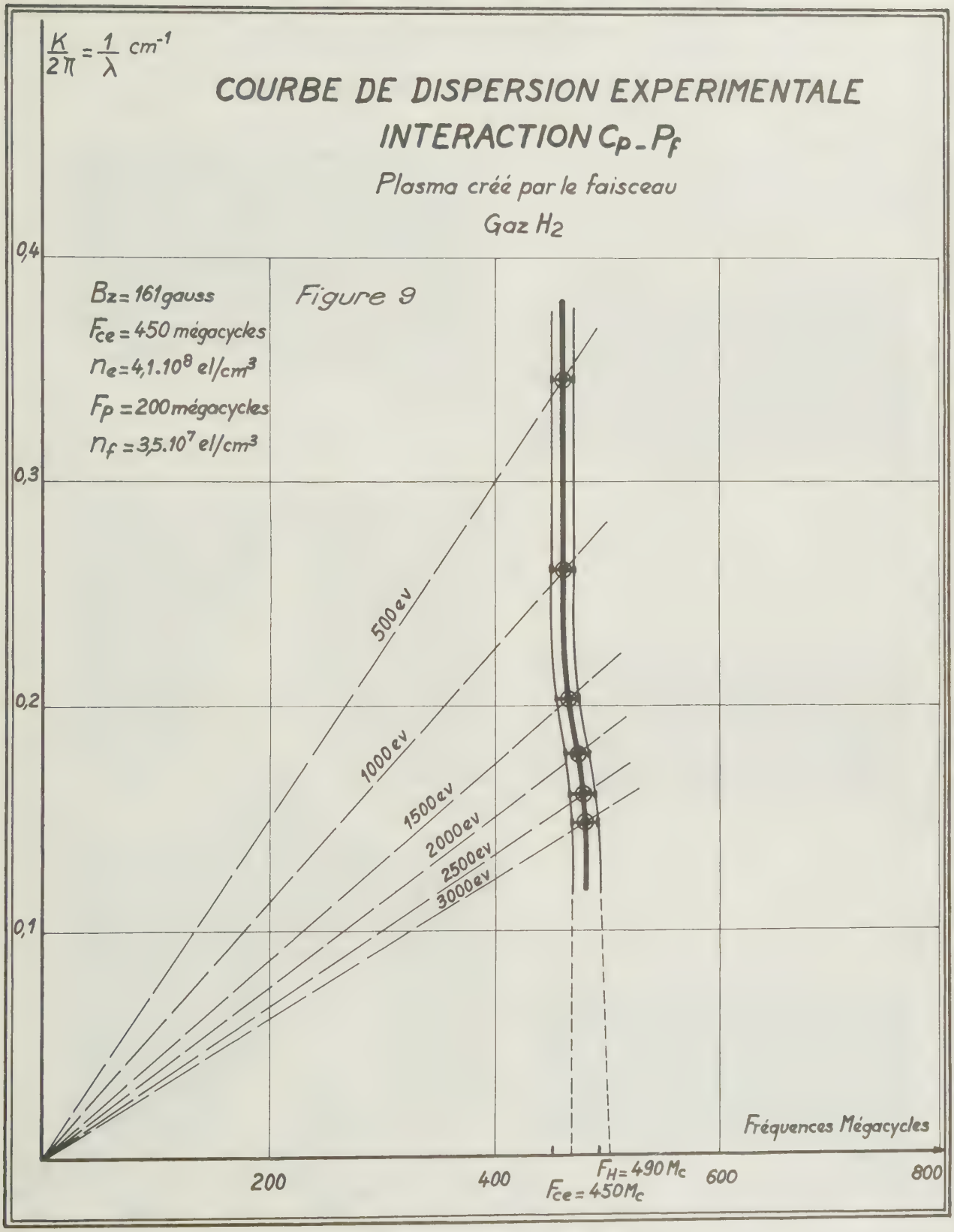
- Champ magnétique $B_0 = 276$ gauss
- Fréquence cyclotronique : $F_{ce} = 774$ Mc
- Densité électronique du plasma $n_e = 6 \times 10^8$ el/cm³
- Densité électronique du faisceau $n_f = 3{,}7 \times 10^7$ el/cm³
- Fréquence hybride $F_H = 812$ Mc

Analyses de spectre

Contrôle de la densité électronique du plasma



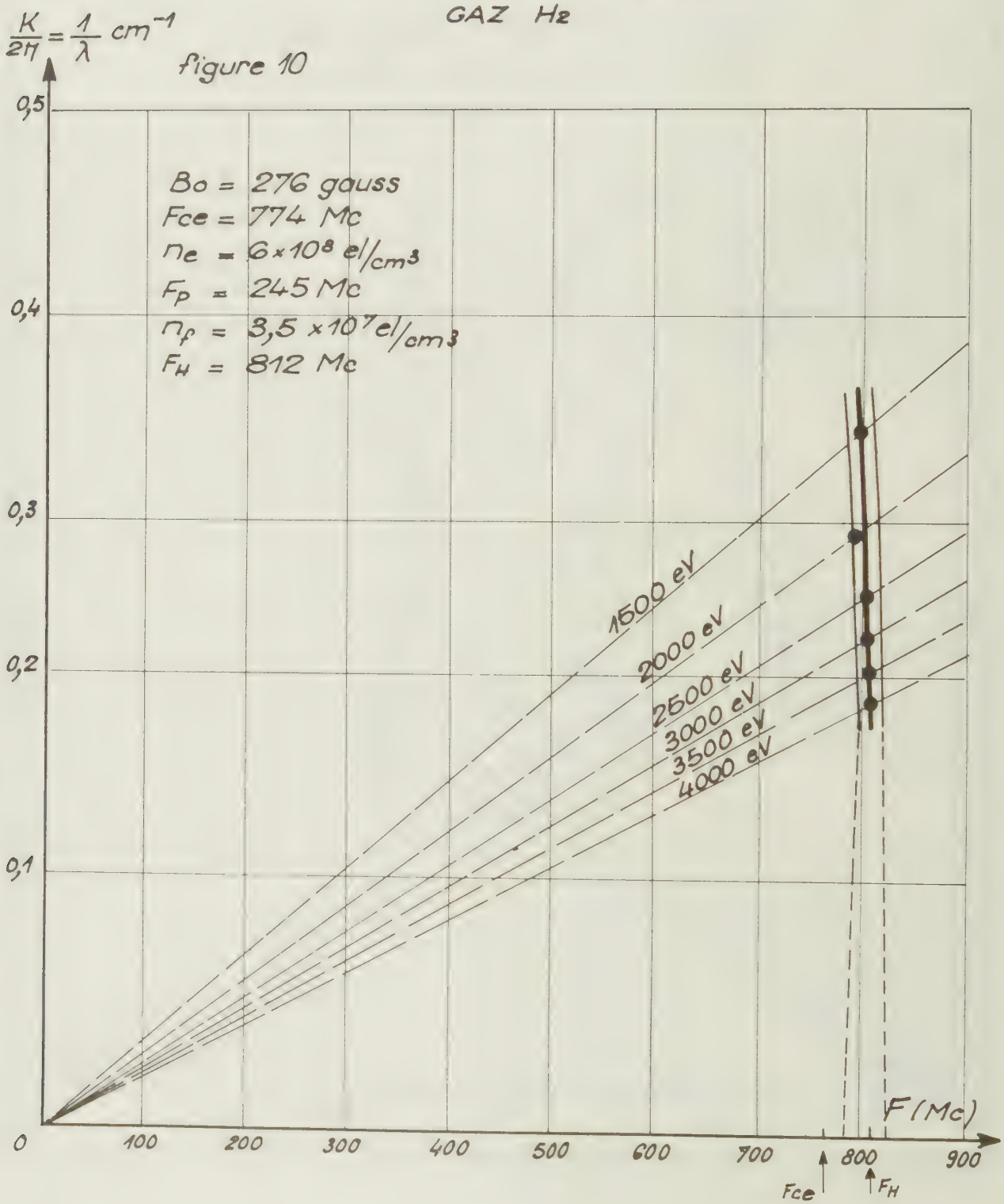

$\frac{K}{2\pi} = \frac{1}{\lambda}$ cm^{-1}
COURBE DE DISPERSION EXPERIMENTALE
INTERACTION C_p - P_f
Plasma créé par le faisceau
Gaz H_2
B_0 = 104 gauss
F_{ce} = 291 mégacycles
n_e = 2,7.10^8 el/cm^3
F_p = 165 mégacycles
n_f = 3,18.10^7 el/cm^3
Figure 8
500 ev
1000 ev
1500 ev
2000 ev
2500 ev
3000 ev
3500 ev
4000 ev
0,25
0,20
0,15
0,1
0,05
100
200
300
400
F_{ce} = 291 Mc
F_H = 335 Mc
Fréquences Mégacycles


$\frac{K}{2\pi} = \frac{1}{\lambda}$ cm^{-1}
COURBE DE DISPERSION EXPERIMENTALE
INTERACTION $C_p - P_f$
Plasma créé par le faisceau
Gaz H_2
B_z = 161 gauss
F_{ce} = 450 mégacycles
$n_e = 4{,}1.10^8$ el/cm^3
F_p = 200 mégacycles
$n_f = 3{,}5.10^7$ el/cm^3
Figure 9
0,4
0,3
0,2
0,1
500 ev
1000 ev
1500 ev
2000 ev
2500 ev
3000 ev
Fréquences Mégacycles
200
400
600
800
F_H = 490 Mc
F_{ce} = 450 Mc

COURBE DE DISPERSION EXPERIMENTALE
INTERACTION $C_p - P_f$

PLASMA CREE PAR LE FAISCEAU

GAZ H_2

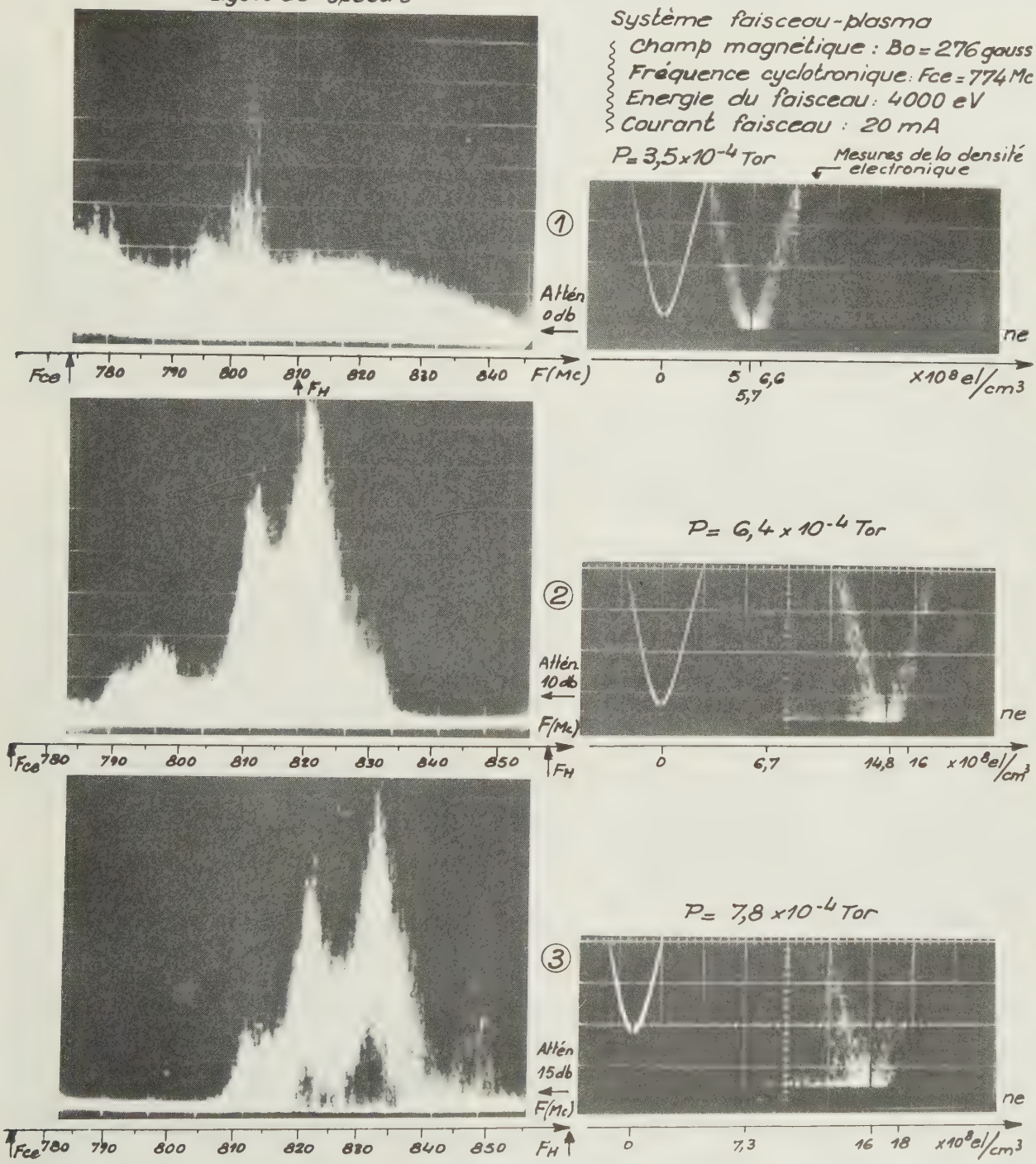


ETUDE DES ONDES EXCITEES AU VOISINAGE DE LA FREQUENCE CYCLOTRONIQUE DES ELECTRONS

Figure 11 (Densité électronique variable)

Analyses de spectre

Système faisceau-plasma
- Champ magnétique : Bo = 276 gauss
- Fréquence cyclotronique : Fce = 774 Mc
- Energie du faisceau : 4000 eV
- Courant faisceau : 20 mA



des valeurs beaucoup plus élevées de la densité de plasma, car le système devient rapidement très instable et il n'est alors plus possible de contrôler la densité du plasma.

4 - Etude du spectre de vitesses du faisceau.

Le spectre de vitesses du faisceau a été étudié avec et sans plasma. Ces mesures ont montré que, si en l'absence de plasma, le faisceau est bien monocinétique, il perd très rapidement cette propriété dès qu'apparaissent des oscillations dans le système faisceau-plasma. La figure(12)représente trois relevés de la distribution de vitesses du faisceau dans un cas à champ fort ($\omega_{ce} \gg \omega_p$) : B_o = 800 Gauss. Tant que la densité électronique demeure inférieure à la densité critique, l'allure de la distribution de vitesses n'est pas modifiée par la présence du plasma (vue n°1). Le passage par la densité critique correspond à la vue n° 2, la distribution de vitesses s'élargit de part et d'autre de la vitesse initiale du faisceau (500 eV dans le cas présent). Il est encore permis, à la rigueur, de parler d'un faisceau dans ce cas. Sur la vue n° 3, la distribution de vitesses est complètement étalée, certains électrons ont été accélérés jusqu'à des énergies sensiblement égales à 900 eV, alors que l'énergie initiale était 500 eV et ont ainsi gagné dans le champ électrique de l'onde une énergie d'environ 400 eV. Ce gain d'énergie permet de déduire l'ordre de grandeur du champ électrique apparaissant dans l'onde, en supposant que les électrons ayant gagné le plus d'énergie ont voyagé en phase avec l'onde et que l'amplitude de celle-ci est uniforme sur la longueur de l'expérience. Nous obtenons dans ce cas particulier : E = 5 volts/cm. La fluctuation correspondante de la densité du plasma peut être déduite du champ électrique à l'aide de l'équation de Poisson. Nous obtenons de cette façon, en supposant l'onde plane :

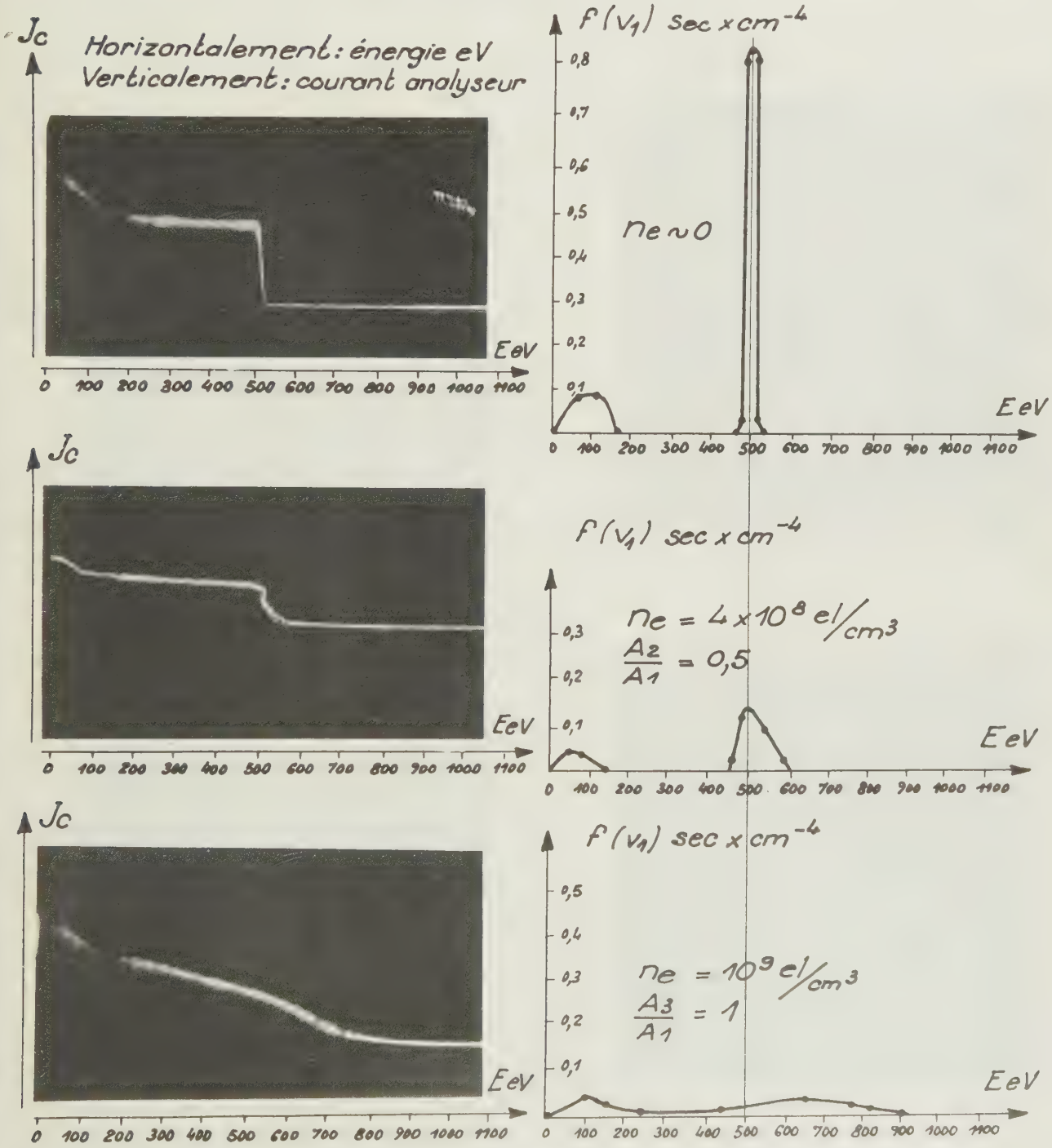
ETUDE DE LA DISTRIBUTION DE VITESSES DU FAISCEAU

SYSTEME FAISCEAU-PLASMA

(Densité électronique du plasma variable)

Figure 12

Champ magnétique : $B_0 = 800$ gauss
Energie du faisceau : 500 eV
Courant faisceau $I = 4$ mA



ETUDE DE LA DISTRIBUTION DE VITESSES DU FAISCEAU

SYSTEME FAISCEAU-PLASMA

(Densité électronique du plasma variable)

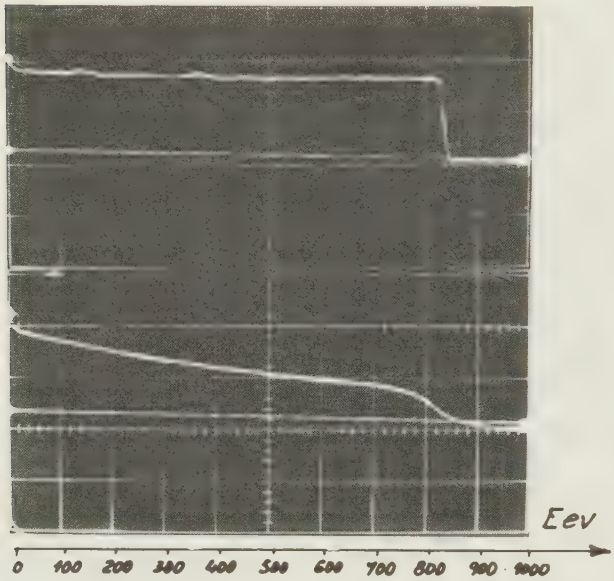
Energie du faisceau ~ 800 eV

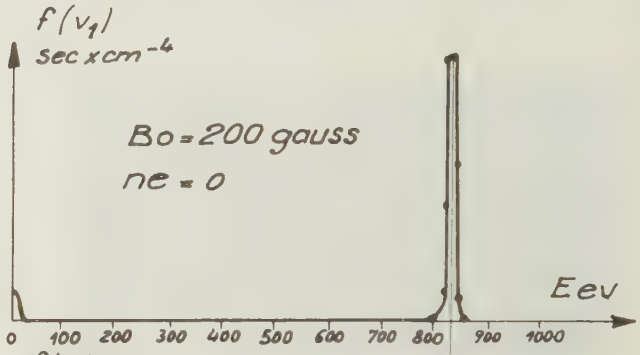
courant faisceau $I = 3\,mA$

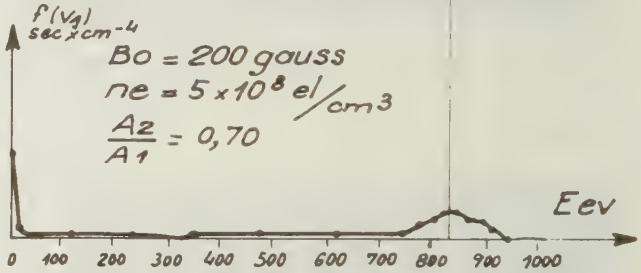
Figure 13

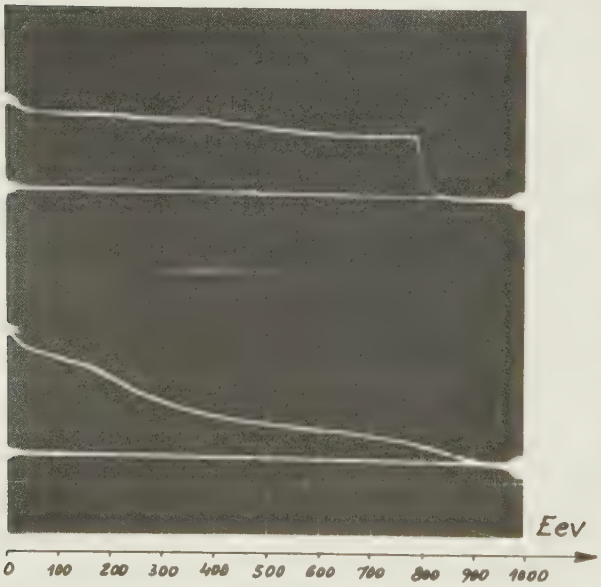
Horizontalement : énergie eV

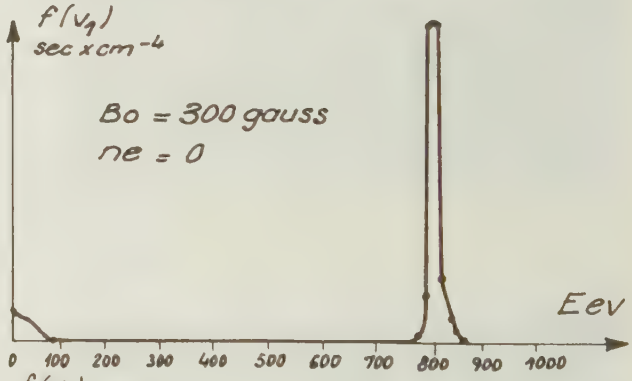
Verticalement : courant analyseur

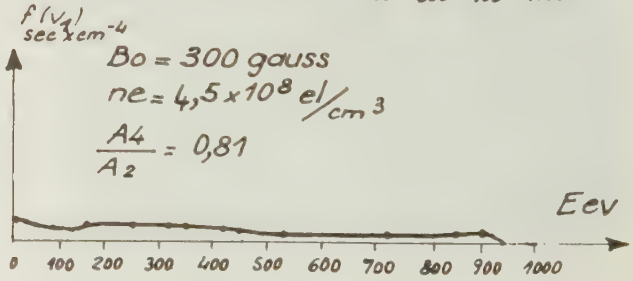












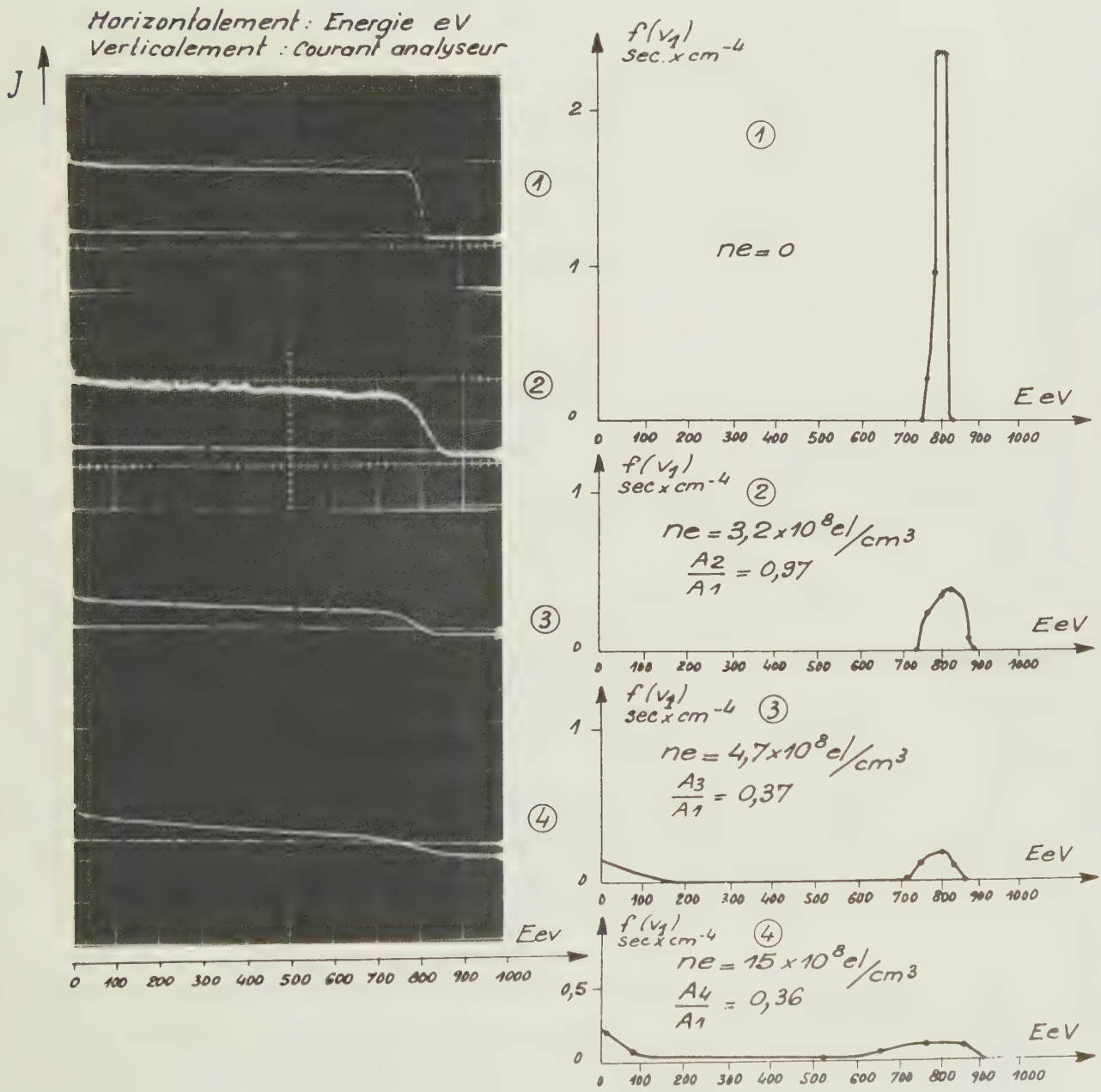
ETUDE DE LA DISTRIBUTION DE VITESSES DU FAISCEAU

SYSTEME FAISCEAU-PLASMA

(Densité électronique du plasma variable)

Figure 14

Champ magnétique : Bo = 104 gauss
Energie du faisceau : 800 eV
Courant faisceau : I = 3 mA



$$n_1 = \varepsilon_o \frac{K E}{e}$$

c'est-à-dire, pour $K \sim \frac{\omega_p}{U_o} = 1,4 \text{ cm}^{-1}$, $E = 5$ volts/cm,

$$n_1 = 5 \cdot 10^7 \text{ el/cm}^3 .$$

Cette estimation sous évalue probablement la fluctuation de densité, d'abord parce que l'amplitude de l'onde n'est pas constante le long de l'axe, mais surtout en raison de la géométrie finie dans le sens transversal. Une valeur plus correcte de la fluctuation de densité peut être obtenue en appliquant la loi de Poisson à trois dimensions. Nous obtenons dans ces conditions :

$$n_1 = \varepsilon_o \frac{(K_{/\!/}^2 + 2 K_\perp^2)}{e K_{/\!/}} E_z (r = o)$$

avec $K_\perp = \frac{\pi}{2a}$, $2a$: diamètre de la colonne de plasma.

L'amplitude de la fluctuation de densité électronique prend dans ce cas la valeur : $n_1 = 5 \cdot 10^8$ el/cm^3 , c'est-à-dire la moitié de la densité électronique du plasma. Ces mesures montrent donc :

1° - que la distribution de vitesses du faisceau évolue dans le champ électrique des ondes excitées, de façon à satisfaire la condition $\frac{\partial f}{\partial v_{/\!/}} < 0$. Le pic de la distribution de vitesses est très rapidement détruit.

2° - que l'amplitude de l'onde excitée dans le plasma est importante, puisque les fluctuations de la densité électronique correspondent à une fraction appréciable de la densité non perturbée ($\frac{1}{20}$ à $\frac{1}{2}$ de n_o).

Un grand nombre d'observations semblables à celles reproduites figure 12 confirment ces conclusions. Les figures 13 et 14 représentent quelques enregistrements obtenus pour différentes valeurs du champ magnétique. Pour des valeurs très faibles du champ magnétique (100 ou 200 Gauss) on observe une diffusion importante du faisceau, se traduisant par une diminution appréciable de l'aire comprise sur la courbe du courant collecté par l'analyseur d'énergie. On montre, en effet, sans diffuculté, que cette aire est proportionnelle au flux d'énergie transporté par le faisceau.

5 - Conclusions.

Pour résumer les résultats obtenus dans le cas du système faisceau-plasma, il est commode d'introduire le diagramme représenté figure (15). Nous portons en abscisse la vitesse U_o du faisceau, celle-ci est dans nos expériences toujours très supérieure à la vitesse d'agitation thermique V_{th} des électrons du plasma (environ 10 fois supérieure). D'autre part U_o est toujours très inférieure à la vitesse de la lumière ($\frac{U_o}{c} \sim \frac{1}{10}$). Nous portons verticalement la quantité $Y = \frac{\omega_p}{\omega_{ce}}$. Puisque toutes nos expériences ont été faites dans le cas $\omega_p < \omega_{ce}$, la région de travail est située sous la droite $Y = 1$. Nous pouvons porter sur le diagramme la droite Δ représentant la frontière de stabilité liée à la géométrie finie, cette droite a pour équation, lorsque $\omega_{pf} < \omega_p$:

$$Y = \frac{P_{o_1} \; U_o}{a \; \omega_{ce}}$$

Une première série de mesures a été effectuée dans la région du plan $Y \ll 1$ (zones 1 et 2). Dans cette zone, aucune interaction

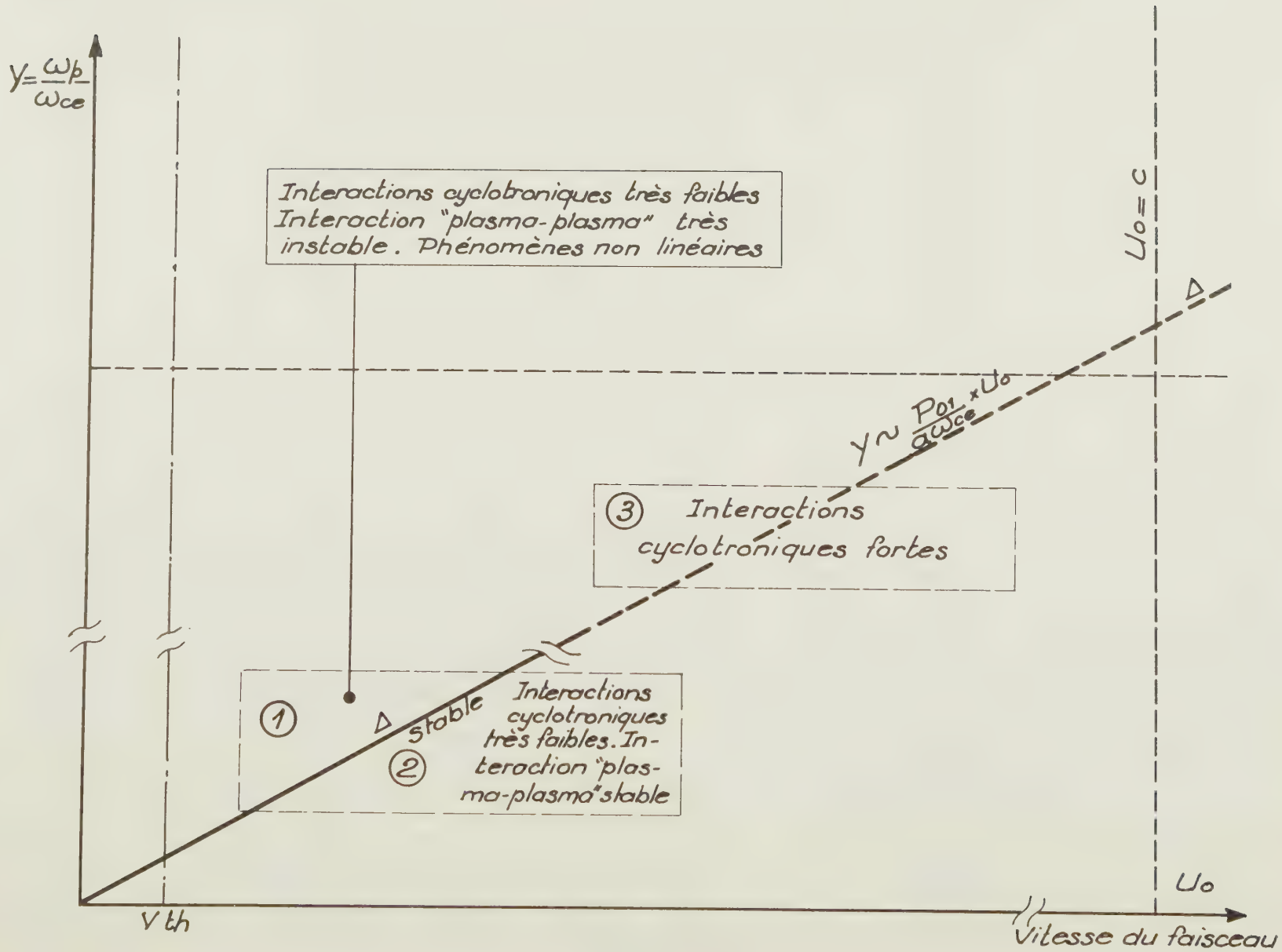

$y = \frac{\omega_p}{\omega_{ce}}$
Interactions cyclotroniques très faibles
Interaction "plasma-plasma" très
instable. Phénomènes non linéaires
$U_0 = c$
$y \sim \frac{P_{01}}{a\omega_{ce}} \times U_0$
③ Interactions
cyclotroniques fortes
① Δ stable
② Interactions
cyclotroniques
très faibles. In-
teraction "plas-
ma-plasma" stable
U_0
V_{th}
Vitesse du faisceau

Figure 15

n'a été observée au voisinage de la fréquence cyclotronique des électrons, ce qui s'explique par la faible valeur des taux de croissance. A gauche de la droite Δ (zone 1), le faisceau s'est montré très instable. Dans cette zone, en effet, des perturbations de grande amplitude de la distribution de vitesses du faisceau ont été mesurées, ces perturbations étaient accompagnées de fluctuations importantes des densités du faisceau ainsi que du plasma. A droite de Δ (zone 2), le système faisceau-plasma s'est montré stable. Dans la région marginale située au voisinage de Δ, des oscillations de faible amplitude ont pu être produites avec un spectre de fréquences relativement pur, essentiellement constitué d'une raie à une fréquence dont la valeur semble compatible avec le produit de la fréquence propre du plasma par un facteur de réduction dû à la géométrie finie.

Une seconde série de mesures a porté sur les oscillations cyclotroniques apparaissant lorsque Y se rapproche de l'unité, tout en restant inférieur à cette valeur (zone 3). Moyennant une hypothèse sur le mécanisme d'interaction, il a été possible de tracer les courbes de dispersion expérimentales de ces ondes, et il ressort que celles-ci sont en accord avec celles que prévoit la théorie pour l'interaction "plasma-cyclotron".

CONCLUSIONS

Nous ne redonnerons pas les conclusions physiques de cette étude puisqu'elles sont données dans le résumé et à la fin des chapitres II, IV, et V, nous nous bornerons pour terminer, à évoquer quelques applications possibles aux phénomènes étudiés dans ce travail.

a) Réalisation de faisceaux d'électrons stables :

La production d'un faisceau d'électrons est toujours accompagnée de la formation d'un plasma ce qui conduit dans certains cas à l'excitation d'oscillations parasites. Nous avons démontré l'influence stabilisatrice de certains paramètres :

Pour l'interaction "plasma-plasma"

. une vitesse élevée du faisceau.

. la présence de parois conductrices au voisinage du faisceau.

. une densité électronique faible.

. un champ magnétique fort.

Pour les trois autres interactions ("plasma-cyclotron", "cyclotron-cyclotron", "cyclotron-plasma") :

. les rapports $\frac{\omega_p}{\omega_{ce}}$ et $\frac{\omega_{pf}}{\omega_{ce}}$ doivent être très inférieurs ou très supérieurs à l'unité.

b) Génération d'hyperfréquences :

Les mécanismes étudiés suggèrent des applications à la génération d'hyperfréquences. L'interaction "plasma-plasma" permettrait d'engendrer

des ondes millimètriques en prenant des densités électroniques de l'ordre de 10^{15} el/cm^3 . Malheureusement des problèmes technologiques délicats restent à résoudre, ce serait le cas de la fenêtre transparente au faisceau d'électrons et permettant au canon d'être protégé du plasma, ou celui d'une décharge électrique de petit volume permettant de produire une densité électronique aussi élevée.

L'utilisation des trois autres mécanismes d'interaction ne permettrait pas d'atteindre plus facilement ce but, puisqu'il faudrait augmenter l'intensité du champ magnétique (10^5 gauss pour 2, 8 10^5 Mc ce qui aurait pour effet de réduire considérablement les longueurs d'onde ainsi que le taux de croissance de ces interactions.

c) Formation et chauffage d'un plasma :

Le ralentissement d'un faisceau de particules chargées dans un plasma apparaît comme une méthode de choix pour chauffer le gaz électronique d'un plasma. Il n'est pas nécessaire de souligner l'intérêt que présenteraient des mécanismes du même type, s'ils permettaient de freiner un faisceau d'ions dans un plasma ou de former un plasma d'ions chauds par collision de deux faisceaux. Les résultats obtenus à l'aide de faisceaux d'électrons justifient un effort de recherche dans cette voie encore peu défrichée mais prometteuse.

RÉFÉRENCES

A - Effet Cerenkov dans les plasmas.

[1] - Ig. TAMM -"General characteristics of radiation emitted by systems moving with superlight velocities". - Nobel Lecture - 11 décembre 1958.

[2] - I.M.FRANK - "Optics of light sources moving in refractive media". Nobel Lecture - 11 décembre 1958.

[3] - A.A.KOLOMENSKII - "Radiation emitted by an electron moving uniformly in a plasma in a magnetic field". - Doklady Akademii Nauk S.S.S.R. - Vol. 106, 1956, (6) - p.982-985.

[4] - A.I.AKHIEZER - A.G.KITZENKO - "Penetration of charged particles through an electron plasma".- J.E.T.P. - U.S.S.R. - 1952- Vol. 23.2. p.161-168 - A.E.R.E. Lib. Transl. 759.

[5] - E.CANOBBIO - R.CROCI - "On the radiation from linear modulated beams in a plasma with a magnetic field". - Conf. Int. gaz ionisés Münich 1960.
"Modulated beams in a plasma with a magnetic field". - Zeit.für. Nat. 16a p. 12-19.

[6] - J.NEUFELD - "Occurence of Vavilov-Cerenkov radiation in a high temperature plasma". - Phys. Rev. vol 116, 1 - Oct. 1959 - p. 1

[7] - GELLEY - "Cerenkov radiation" - Pergammon Press.

[8] - M. COHEN - "Radiation in a plasma - Cerenkov effect". - Cours d'été de Phys. des plasmas - Orsay 1962 - Vol. III .

B - Quelques exemples de dispositifs de recherche sur la fusion contrôlée dans lesquels des mécanismes de microinstabilité ont été observés.

[9] - I.A.KOUTCHERIAEV - D.A.PANOV - "Sur la cause de la perte anormalement rapide des électrons du plasma dans OGRA". (en cours de publication dans Nuclear Energy - part C).

[10] - J.L.DUNLAP - C.F.BARNETT - R.A.DANDL - H.POSTMA - "Radiation and ion Energy distributions of the DCX 1 plasma". Conf. Int. Salzburg - Nuclear Fusion 1962 - Sup. I.

[11] - C. ETIEVANT - "Etudes expérimentales sur le rayonnement X d'une décharge annulaire à forte intensité" - Rapport CEA 1.111.

[12] - W.BERNSTEIN - F.F.CHEN - M.A.HEALD - A.Z.KRANZ - "Runaway" electrons and cooperative phenomena in B_1 Stellarator discharges.

[13] - W.STODIEK - D.F.GROVE - "Current steps in runaway dominated discharges"- MATT Q.20 - Semiannual Report.

C - Quelques travaux théoriques généraux sur la propagation des ondes dans les plasmas.

[14] - J.F.DENISSE - J.L.DELCROIX - "Théorie des ondes dans les plasmas". Monographies Dunod.

[15] - T.STIX - "The theory of plasma waves" - MacGraw.Hill.

[16] - GINSBURG - "Propagation of electromagnetic waves in plasma" Traduit du Russe - N.Y.(1961).

[17] - I.BERNSTEIN - "Waves in a plasma in a magnetic field" - Phys. Rev. 109. 1. 1958 -p. 10-21.

[18] - L.OSTER - "Linearized theory of plasma oscillations" - Rev. of Mod. Phys. - Vol. 32. 1 - Janv. 1960 - p. 141 - 168.

[19] - P.AUER - H.HURWITZ - R.D.MILLER - "Collective oscillations in a cold plasma" - Phys. of Fluids - Vol. 1, 6 - Nov.Dec.1958 - p.501 - 514.

[20] - J.E.DRUMMOND - "Basic microwave properties of hot magneto-plasmas" - Phys. Rev. 110 - 1958 - p.293.

[21] - W.P.ALLIS - S.J.BUCHSBAUM - A.BERS - "Waves in anisotropic plasmas" - The M.I.T. Press - USA.

[22] - A.G.KITZENKO - K.N.STEPANOV - "On the oscillations of an electron plasma in a magnetic field" - Soviet Physics J.E.T.P. Vol. 4 - Mai 1957 - p. 512.

[23] - L.SPITZER - "Physics of fully ionized gases " - 2nd Edition - Interscience U.S.A.

[24] - W.P.ALLIS - J.L.DELCROIX - "Notions générales sur la théorie des ondes dans les plasmas". Ecole d'été 1962 - Orsay. Vol 1.

[25] - D.QUEMADA - "Tenseur de conductivité" -Ecole d'été 1962 - Orsay. Vol. 1 .

[26] - I.BERNSTEIN - S.K.TREHAN - "Plasma oscillations" - Rapport MATT. 42 - 10 mai 1960.

D - Etudes théoriques des mécanismes d'interaction faisceau-plasma ou faisceau structure-périodique - Ondes dans les faisceaux.

[27] - V.L.GINZBURG - V.V.ZHELEZNIAKOV - "On the possible mechanisms of sporadic solar emission" - C.R.Conf. Radio-astronomy Commitee of the Acad. of Sciences Astronomical Council (USA) 27 nov. 1957.

[28] - D.BOHM - E.P.GROSS - "Theory of plasma oscillations" - Part A. Origin of medium-like behaviour - Phys. Rev. 75, 1851 - 1949 - Part B - Excitation and damping of oscillations - Phys. Rev. 75, 1864 - (1949.)

[29] - P.R.PIERCE - "Traveling-wave tubes" - D.Van Nostrand Comp. New-York - (1950.)

[30] - J.R.PIERCE - "Possible fluctuations in electron streams due to ions" - Journ. Appl. Phys. Mars 1948 - p.231.

[31] - P.STURROCK - "Kinematics of growingwaves" -Phys. Rev. 112 1488 -(1958.)

[32] - P.STURROCK - "The excitation of plasma oscillations" - Phys. Rev. 117, 1426 (1960).

[33] - O. BUNEMAN - "How to disginguish between attenuating and amplifyig waves " - Plasma Physics. McGrow Hill - New-York (1961).

[34] - O.BUNEMAN - "Dissipation of currents in ionized media". - Phys. Rev. 115, 3, août 1959 - p. 503.

[35] - G.CONVERT - "Sur les interactions d'ondes et de particules chargées dans les plasmas". - Cours Fac. Sciences - Orsay 1962.

[36] - J.NEUFELD - P.H.DOYLE - "Electromagnetic interaction of a beam of charged particles with a plasma" - Phys. Rev. 121 (1961).

[37] - J.NEUFELD - "Instabilities in a beam-plasma system immersed in a magnetic field" - (en cours de publication).

[38] - J.NEUFELD - "Propagation of electromagnetic waves in a multi-stream medium". - Phys. Rev. 116 - 1 - Oct. 1961.

[39] - R.J.BRIGGS - A.BERS - "Electron beam interactions with ions in a warm plasma " - Note M.I.T. - 20 février 1963.

[40] - J.DAWSON - I.BERNSTEIN - "Hydromagnetic instabilities caused by runaway electrons " - T.I.D. 7558 - p. 360 - U.S.A.

[41] - E.R.HARRISON - "The effect of particle stream on transverse hydromagnetic waves " - Proc. Phys. Soc. (1961) - p.1236.

[42] - S.RAMO - "Space charge and field charge in an electron beam" - Phys. Rev. août 1939. Vol. 56 - p. 276.

[43] - A.E.SIEGMAN - "Waves on a filamentary electron beam in a transverse field slow wave circuit" - J. Appl. Phys. Vol. 31, Janv.60 - p. 17.

[44] - A.H.W.BECK - "Space charge waves and slow electromagnetic waves" - Pergamon Press, N.Y. 1958.

[45] - J.E.DRUMMOND - "Beam power development in a plasma" - Rapport Boeing.

[46] - E.A.PASHITSKII - "Interaction between an electron beam and a plasma in a magnetic field" - Résumé publié dans les Comptes-Rendus Conf. Int. de Salzburg .

[47] - J.DAWSON - "Investigation of the double-stream instability " C.R.Conf. Int. salzburg - p. 163.

[48] - O.PENROSE - "Electrostatic instabilities of an uniform non-maxwellian plasma". - Phys. of. Fluids. 3, 2 . Mars 1960 - p. 258.

[49] - E.R.HARRISON - "Stability of longitudinal electrostatic oscillations in plasmas of finite dimensions " - Proc. Phys. Soc. Vol.79 (1962) - p. 317.

[50] - J.D.JACKSON - "Longitudinal plasma oscillations " - J.Nucl. Energy - Part C - (1960) - p. 1.171.

[51] - P. CHORNEY - J.VALUN - "Quasi-static analysis of a beam-

plasma interaction" - Rapport interne - Microwaves Associates inc. Burlington , Mass. U.S.A. (1961).

[52] - H.A.HAUS - D.L.BOBROFF - "Small signal power theorem for electron beams"- J. Appl. Phys. 28 (1957) - p. 694.

[53] - M.ROSENBLUTH - "Anomalous diffusion arising from micro-instabilities in a plasma" - Phys. of Fluids - 5, 12 (1962) - p.1507.

[54] - A.FRIEMAN - M.L.GOLDBERGER - K.M.WATSON - S.WEINBERG - M.N.ROSENBLUTH - "Two stream instability in finite beams" - Phys.of Fluids - 5; (1962) - p. 196.

[55] - C. ETIEVANT - M. PERULLI - "Ondes quasi-électrostatiques dans les systèmes multi-faisceaux" - Rapport EUR-CEA-FC-191.

[56] - Ya.FAINBERG - "Interaction des faisceaux de particules chargées avec un plasma" - Atomnaya Energya 11.(4) - (1961) - Traduction C.E.A. (Energie Atomique).

[57] - F.F.CHEN - "Ondes électrostatiques dans un champ magnétique" - Rapport EUR-CEA-FC-206 - et TECH. MEMO 169 (1963) Princeton.

[58] - M.F.VLAARDINGERBROECK - K.R.U. WEIMER - "On wave propagation in beam-plasma systems in a finite magnetic field" - Phi-Philips res. Lab. M.S. 3941.

E - Quelques études théoriques sur la propagation dans les guides d'onde renfermant un plasma.

[59] - R.W.GOULD - A.W.TRIVELPIECE - "Space charge waves in cylindrical plasma columns" - J. Appl. Phys. 30 - p. 1784 (1959).

[60] - A.W.TRIVELPIECE - "Slow wave propagation in plasma waveguide". U.S.Department of commerce Technical Report . Off. of Nav. Research contract - Nom. 220 (13) - May 1958.

[61] - L.D.SMULLIN - P. CHORNEY - "Propagation in ion loaded waveguides" - Polytechnic institute of Brooklyn - N.Y. 1958 - Int. Science. Publisher.

[62] - J.LE MEZEC - M. CAMUS - "Propagation des ondes dans un guide circulaire rempli de plasma, en présence d'un champ magnétique. Etude des modes à symétrie de révolution". - Etude interne C.N.E.T. n0 674 - P.D.T.

F - Quelques travaux expérimentaux sur les interactions faisceau-plasma en l'absence de champ magnétique.

/63/ - D.LOONEY - S.BROWN - "The excitation of plasma oscillations" Phys. Rev. 93 - 965 (1954).

[64] - G.BOYD - L.FIELD - R.GOULD - "Excitation of plasma oscillations and growing plasma waves" - Phys. Rev. 109 (1958) p.1393.

[65] - R. DEMIRKHANOV - A. GEVORKOV - A.POPOV - "The interaction of a beam of charged particles with a plasma" - Conf. Int. Uppsala 1959.

[66] - I. LANGMUIR - "Scattering of electrons in ionized gases" - Phys. Rev. 26 (1925) - p. 585.

[67] - H.J.MERILL - H.WEBB - "Excitation of plasma oscillations" - Phys. Rev. 55 (1939) - p. 1191.

[68] - SHOJI - KOJIMA - KATO - HAGIWARA - "Oscillations in plasma" - Journ. Phys. Soc. of Japan - 12-11 (1957) - p. 1276.

[69] - KOFOID - "Experimental study of the damping of longitudinal plasma oscillations " -Conf. Int. Salzburg.

[70] - KOFOID - "Experimental two-beam excitation of electron oscillations" - Phys. Rev. Letters - Juin 1960 - p. 556.

[71] - MAHAFFEY - "New experimental results for plasma electron oscillations " - Journal of Electronics and Control - Vol 6. 3 - Mars 1959 - p. 193.

[72] - J.F.KARCHENKO - Y.FAINBERG - R.M.NICOLAEV - E.A. KORNILOV - E.I. LUTSENKO - N.S. PEDENKO - "An investigation of the interaction of an electron beam with a plasma". Conf. Int. Uppsala (1959).

[73] - M. SUMI - "Excitation of plasma oscillations" - J. Phys. Soc. Japan - 13 (1958) - p. 1476.

G - Quelques travaux expérimentaux sur les interactions faisceau-plasma en présence de champ magnétique.

[74] - J.F. KARCHENKO - Ya. FAINBERG - R.M.NICOLAEV - E.A. KORNILOV - E.I. LOUTSENKO - N.S. PEDENKO -"Interaction dans un champ magnétique d'un faisceau d'électrons et d'un plasma" - Zh. Tech. Fiz. Vol. XXXI - n° 7. p. 761-765 - (1961).

[75] - J.F.KARCHENKO - Ya. FAINBERG - R.M. NICOLAEV - E.A. KORNILOV - E.I. LOUTSENKO - N.S. PEDENKO - "Interaction entre un faisceau d'électrons et un plasma dans un champ magnétique " - Conf. Int. Salzburg - Vol. III - (1961)

[76] - C. ETIEVANT - R. DERAGOBIAN - "Etude des interactions faisceau-plasma en présence d'un champ magnétique". - Conf. Int. Salzburg - Vol. III (1961).

[77] - C. ETIEVANT - M. PERULLI - "Instabilité et amortissement dans un système faisceau plasma" - Comptes-Rendus t 255 - p. 855-857- Juillet 1962.

[78] - C. ETIEVANT - M. PERULLI - "Mise en évidence d'une interaction entre deux faisceaux s'interpénétrant dans un champ magnétique" - Comptes-Rendus t 255 - p. 2379 - 2741 - Nov. 1962.

[79] - C. ETIEVANT - M. PERULLI - "Ondes cyclotroniques stationnaires dans la collision de deux faisceaux d'électrons " -Comptes-Rendus (sous presse).

[80] - SMULLIN - W.D. GETTY - "Generation of a hot dense plasma by a collective beam-plasma interaction" - Phys. Rev. Letters - 9 (1962) - p. 3.

[81] - R. TARG - L. LEVINE - "Backward-wave microwave oscillations in a system composed of an electron beam and a hydrogen gas plasma" - J. Appl. Phys. 32, 4 (1961) - p. 731.

[82] - A. TRIVELPIECE - B. MAXUM - "Cyclotron-wave non convective instability" - Conf. Int. Munich - Sept. 1961 - Vol. 1 - p. 485.

[83] - G.S. KINO - "Generation of a fully ionized cesium plasma" - Radiation and waves in plasmas - Stanford University press 1961.

[84] - G.S. KINO - R. GERCHBERG - "Hose instabilities in beam plasma interaction" - 6ème Conf. Int. Gaz. Ionisés - Paris 1963 - VI - 60.

[85] - M. CAMUS - "Etude de la production d'ondes hyperfréquences par un système plasma-faisceau placé dans une cavité résonnante"- 6ème Conf. Int. Gaz Ionisés - Paris 1963 (VI-60).

[86] - C. ETIEVANT - M. PERULLI - "Excitation of cyclotron oscillations by the collision of two electron beams " - 6ème Conf. Int. gaz ionisés - Paris 1963 - VI-59.

[87] - S. BLIMAN - "Emission H.F. d'une décharge réflex due à une instabilité du type deux-faisceaux". - 6ème Conf. Int. gaz ionisés Paris 1963 - VI- 62.

[87] BRIFFOD et al. - "Instabilités dans les décharges réflex" 6e conf. Int gaz. Ionises. Paris 1963. P 423.

[88] - E. CANOBBIO - R.CROCI. - "On the emission of harmonics of ω_{ce} in a PIG discharge". - 6ème Conférence Int. gaz ionisés - PARIS 1963 - VII-2.

[89] - G. LANDAUER - "Generation of harmonics of the electrons gyro-frequency in a Penning discharge" - Journ. Nucl. Energ. part C- 4 , 395 (1962).

[90] - J.R.PIERCE - "Modulated Microwave oscillator " - U.S. Pat.Off. 2, 830, 271 - 8 avril 1958.

[91] - I. ALEXEFF - R.V.NEIDEIGH - W.F. PEED - E.D. SHIPLEY - E.G. HARRIS - "Hot-electron plasma by beam-plasma interaction". Phys. Rev. Letters - 10, 7. 1er avril 1963 - p. 273.

[92] - A.K. BEREZIN - G.P. BEREZINA - L.I. BOLOTIN - Y.B.FAINBERG "Interaction de faisceaux pulsés de grande intensité avec un plasma dans un champ magnétique". - ATOMNYA ENERGYA 1963 - 14, 3 Mars (trad. C.E.A.).

[93] - B.J.MAXUM - "Cyclotron wave instabilities". - Thesis - University of California - June 1963.

H - Mesures de densités électroniques par cavités hyperfréquence.

[94] - BUCHSBAUM - MOWER - BROWN - Interaction between cold plasmas and guided electromagnetic waves. - Phys. of Fluids - Vol. 3 n° 5 - Sept. Oct. 1960.

[95] - R. DER AGOBIAN - Nouvelle méthode de mesure des variations

de la densité électronique d'un plasma en fonction du temps. Comptes-Rendus tome 254. p. 4269 - 18 juin 1962.

[96] - C. ETIEVANT - M. PERULLI - Mesure de faibles densités de plasma à l'aide de cavités résonantes. - Rapport EUR-CEA-FC-194.

[97] - Y. ARCHAMBAULT - Travail non publié.

[98] - T. CONSOLI - "Mesures de densités électroniques" Rapport CEA. 1703.

Manuscrit reçu le 14 avril 1964

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

"PROBLEMES DE LA RENTREE D'UN VEHICULE SPATIAL DANS L'ATMOSPHERE".

Vu et approuvé :
Paris, le 8 décembre 1963
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
Marc ZAMANSKY

Vu
et Permis d'imprimer :
Le Recteur de l'Académie
de Paris,
Jean ROCHE

IMP. LOUIS-JEAN — GAP
Dépôt légal n° 248 — 1964